

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

PRIMER PARCIAL

- Estadística Descriptiva

SEGUNDO PARCIAL

- Teoría de conjuntos
- Técnicas de conteo
- Probabilidad

TERCER PARCIAL

- Distribuciones de probabilidad

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Probabilidad, Lipschutz, S. & Marc Lipson, Mc Graw Hill, 2001.
- Estadística, Spiegel, M. R., Mc Graw Hill, 2007.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA ACADÉMICA
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
CENTRO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS
No. 4 LÁZARO CÁRDENAS

Guía de Estudio

Unidad de Aprendizaje: Probabilidad y Estadística

Semestre: Sexto

Turno: Matutino

Academia: Matemáticas



Elaborada por: Lizeth Marianita Hernández Hernández

INTRODUCCIÓN

El propósito principal es preparar al estudiante para que desarrolle competencias en la solución de diversos problemas de variación y rapidez en situaciones geométricas y físicas relacionadas con los ámbitos académico, social y global.

El programa de dicha unidad de aprendizaje comprende las siguientes unidades y en cada una explica la competencia particular que corresponde:

Unidad 1: Estadística Descriptiva

Unidad 2: Teoría de conjuntos, técnicas de conteo y probabilidad.

Unidad 3: Distribuciones de probabilidad

OBJETIVOS:

Los objetivos que se buscan están delimitados en cada uno de los Resultados de Aprendizaje Propuestos (RAPS) los cuales se detallan a continuación en orden de cada unidad:

Unidad 1: Estadística Descriptiva

RAP 1: Elabora tablas de distribución de frecuencias y gráficas de datos, obtenidos de una muestra o población, para el planteamiento de problemas en el ámbito académico, social y global.

RAP 2: Calcula las medidas de tendencia central, de posición y de dispersión, en datos obtenidos de una muestra o de una población en la resolución de problemas en el ámbito académico, social y global.

Unidad 2: Teoría de conjuntos, técnicas de conteo y probabilidad.

RAP 1: Utiliza la teoría de conjuntos y las técnicas de conteo en la resolución de problemas en el ámbito académico, social y global.

RAP 2: Obtiene la probabilidad de eventos que cumplan los axiomas de la probabilidad, en la resolución de problemas en el ámbito académico, social y global.

RAP 3: Calcula la probabilidad condicional de eventos independientes y dependientes, en la resolución de problemas inmersos en el ámbito académico, social y global.

Unidad 3: Distribuciones de probabilidad.

RAP 1 : Construye la distribución de probabilidad de variables aleatorias discretas y continuas en la resolución de problemas en los ámbitos académico, social y global.

RAP 2 : Utiliza las distribuciones Binomial y de Poisson, en la resolución de problemas en los ámbitos académico, social y global.

RAP 3 : Utiliza la distribución Normal, en la resolución de problemas en los ámbitos académico, social y global.

JUSTIFICACIÓN

El campo de trabajo requiere hoy en día que los recursos humanos se distingan por capacidades que demuestran mayor dominio de competencias en habilidades propias de cada profesión.

Por lo que la Guía fue elaborada para que el estudiante adquiera los conocimientos de Probabilidad y Estadística y pueda tener éxito en su evaluación y en sus cursos posteriores.

ESTRUCTURA Y CONTENIDOS

Los temas que se desarrollan en esta guía de estudio y conforme al programa de la unidad de aprendizaje son los siguientes:

1. Estadística Descriptiva.
2. Teoría de conjuntos, técnicas de conteo y probabilidad.
3. Distribuciones de probabilidad.

EVALUACIÓN

La evaluación se determina por acuerdos de academia, se considera como requisito para presentar el ETS con la entrega en tiempo y forma.

MATERIALES PARA LA ELABORACIÓN DE LA GUÍA.

1. Consulta de Bibliografía sugerida en el programa de estudios.
2. Consulta de paginas electronicas sugerida en el programa de estudios.

ACTIVIDADES DE ESTUDIO

1. Se recomienda que el alumno tome asesorías con algún profesor de la unidad de aprendizaje o bien un curso de preparación trabajando la guía.
2. Se resuelva la presente guía de estudio en actividad colaborativa con sus compañeros que estén en la misma situación.

PROBLEMAS PARA AUTOEVALUACIÓN

1. Resolución de problemas marcados en la Guía.
2. Resolución de problemas citados en la bibliografía y paginas electronicas relacionados con los temas de la guía.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Los libros básicos y de consulta sugeridos en clase están disponibles en la biblioteca del CECyT No. 4 Lázaro Cárdenas



Índice general

1. Estadística Descriptiva	7
1.1. Tablas de Distribución de Frecuencias y Gráficas de Datos	7
1.2. Medidas de tendencia central, de posición y de dispersión	8
2. Probabilidad	9
2.1. Teoría de Conjuntos	9
2.2. Técnicas de Conteo	10
2.3. Probabilidad Condicional	10
3. Distribuciones de Probabilidad	13
3.1. Construcción de Distribuciones de Probabilidad	13
3.1.1. Función de Densidad	13
3.1.2. Esperanza Matemática	14
3.1.3. Desviación Estándar	14
3.1.4. Momentos y funciones generatrices de momentos	15
3.2. Distribución Binomial	16
3.3. Distribución de Poisson	16
3.4. Distribución Normal	17



Capítulo 1

Estadística Descriptiva

1.1. Tablas de Distribución de Frecuencias y Gráficas de Datos

A. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta.

1. En la siguiente tabla se registran la altura en centímetros de 40 estudiantes en una Primaria. Construye una tabla de frecuencias con datos agrupados.

138	164	150	132	144	125	149	157
146	158	140	147	136	148	152	144
168	126	138	176	163	119	154	165
146	173	142	147	135	153	140	135
161	145	135	142	150	156	145	128

2. Construye un histograma, polígono de frecuencia y ojiva para el ejercicio anterior.
3. En la siguiente tabla se muestran los datos de lanzar cinco monedas simultáneamente 1000 veces y en cada lanzamiento se observa el número de caras. Calcula tabla de frecuencias.

Número de caras	Número de lanzamientos
0	38
1	141
2	342
3	287
4	164
5	25
Total	1000

4. Construye un histograma, polígono de frecuencia y ojiva para el ejercicio anterior.

1.2. Medidas de tendencia central, de posición y de dispersión

B. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta

- Calcula la media aritmética de los números 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4.
- Cuatro grupos de estudiantes formados por: 15, 20, 10 y 18 individuos registran una media de pesos de 162, 148, 153 y 140 libras, respectivamente. Calcula:
 - El peso medio de todos los estudiantes.
 - La varianza
 - La desviación estándar
 - Los primeros cuatro momentos con respecto a la media
 - El coeficiente de sesgo
 - El coeficiente de curtosis
- La siguiente tabla muestra la cantidad de integrantes por familia de una comunidad X. Calcula:

Integrantes	Cantidad de familias
1	5
2	12
3	19
4	38
5	45
6	27
7	12
8	4
9	1
10	3

- Dos cuartiles
 - Dos deciles
 - Dos percentiles
- Un grupo de estudiantes tiene un promedio de 6 puntos en un parcial con una desviación de 0,25 puntos, y otro grupo tiene un promedio de 7,5 puntos con una desviación de 0,25 puntos. ¿Qué grupo de estudiantes tiene menor variabilidad? ¿Por qué?.x



Capítulo 2

Probabilidad

2.1. Teoría de Conjuntos

A. Resuelva los siguientes problemas de manera correcta.

1. Sea A el conjunto de todos los números reales cuyos cuadrados son iguales a 16. Indique cómo describir el conjunto A por
 - a) El método de comprensión
 - b) El método de extensión
2. Sea B el conjunto de todos los números reales cuya suma es 123. Indique cómo describir el conjunto B por extensión.
3. Sea C el conjunto de todos los números reales cuya diferencia es menor o igual a 305. Indique cómo describir el conjunto C por comprensión.

B. Operaciones entre conjuntos

1. Si el universo $U = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$ y los subconjuntos de U están dados por $A = \{2, 3, 7, 10\}$, $B = \{1, 9\}$ y $C = \{5, 8, 10\}$. Encontrar:
 - a) $A \cup B$
 - b) $A \cap B$
 - c) $(A \cup B) \cap C$
 - d) $A' = A^c$
 - e) $B^c \cup C^c$
 - f) $A - B$
 - g) $(B \cap C)^c$
 - h) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

2. Si el universo $U = \{\text{negro, rojo, azul, rosa, amarillo, blanco, verde, morado}\}$ y los subconjuntos de U son $A = \{\text{rosa, blanco, morado}\}$, $B = \{\text{negro, rojo, azulrosa}\}$ y $C = \{\text{rosa, amarillo, blanco}\}$. Encontrar las siguientes operaciones y emplear un diagrama de Venn para cada operación:
- a) $A \cup B$
 - b) $A \cap B$
 - c) $(A \cup B) \cap C$
 - d) $A' = A^c$
 - e) $B^c \cup C^c$
 - f) $A - B$
 - g) $(B \cap C)^c$
 - h) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$

2.2. Técnicas de Conteo

A. Resuelva los siguientes problemas de manera correcta

1. Una bola se extrae aleatoriamente de una caja que contiene 8 bolas rosas, 6 bolas verdes y 7 bolas amarillas. Determine la probabilidad de que sea
 - a) la bola sea rosa
 - b) la bola sea verde
 - c) la bola sea amarilla
 - d) la bola no sea verde
 - e) la bola sea rosa o amarilla
2. Una carta se extrae aleatoriamente de una baraja de 52 cartas. Encontrar la probabilidad de que:
 - a) la carta sea un as
 - b) la carta sea un 4 de corazones
 - c) la carta sea un corazón
 - d) la carta no sea ni un cuatro ni un trébol
3. Se ordenan en una fila 5 bolas rosas, 2 amarillas y 3 bolas verdes. si las bolas de igual color no se distinguen entre sí. ¿De cuántas formas posibles pueden ordenarse?

2.3. Probabilidad Condicional

A. Resuelva los siguientes problemas de manera correcta

1. Un dado honesto se lanza tres veces. Hallar la probabilidad de obtener 2,5 o 6 en el primer lanzamiento y 1, 3 o 4 en el segundo lanzamiento.
2. Encuentre la probabilidad de no obtener un total de 2 o 6 en ninguno de los dos lanzamientos de un par de dados equilibrados
3. Encuentre la probabilidad de obtener un total de 7 en el lanzamiento de un par de dados equilibrados
4. Se extraen dos cartas de una baraja de 52 cartas. Encuentre la probabilidad de que ambas sean ases si la carta:
 - a) se reemplaza
 - b) no se reemplaza
5. Se extraen tres bolas sucesivamente de una caja que contiene 8 bolas rosas, 6 bolas verdes y 7 bolas amarillas. Encuentre la probabilidad de que se extraigan en el orden: rosa, verde, amarilla, si las bolas:
 - a) se reemplazan
 - b) no se reemplazan
6. Si al menos un hijo en una familia con dos hijos es un varón. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos hijos sean varones?

Teorema de Bayes

A. Resuelve lo siguiente

1. Una caja contiene 3 bolas rojas y 2 amarillas mientras que otra caja contiene 2 bolas rojas y 5 amarillas. Una bola extraída aleatoriamente de una de las cajas resulta roja. ¿Cuál es la probabilidad de haberla extraído de la primer caja ?
2. Se tiene tres urnas que contienen bolas tales que la urna A tiene 2 bolas blancas y 3 negras, la urna B tiene 4 bolas blancas y una negra, finalmente la urna C tiene 3 bolas blancas y 4 negras. Se selecciona una urna al azar y una bola extraída aleatoriamente es blanca. Encuentre la probabilidad de haber escogido la urna B.



Capítulo 3

Distribuciones de Probabilidad

3.1. Construcción de Distribuciones de Probabilidad

A. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta

1. Se lanzan un par de dados equilibrados, la variable aleatoria X describe la suma de los puntos.
 - a) Obtener la distribución de probabilidad para X
 - b) Construir una gráfica para esta distribución de probabilidad
 - c) Encuentra la función de distribución $F(x)$ para la variable aleatoria X
 - d) Represente gráficamente esta función de distribución

3.1.1. Función de Densidad

B. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta

1. Una variable aleatoria X tiene la función de densidad $f(x) = \frac{2k}{x^2+3}$, donde $-\infty < x < \infty$.
 - a) Encuentre el valor de la constante k
 - b) Calcule la probabilidad de que X^2 esté entre $\frac{1}{3}$ y 1.
2. La función de distribución para una variable aleatoria X es

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-5x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Encuentre:

- a) La función de densidad
- b) La probabilidad de que $X > 2$

c) La probabilidad de que $-3 < X \leq 4$

3. Una variable aleatoria X tiene función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ kx & \text{si } 2 < x < 3 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Encuentre:

a) La constante k

b) $P(X > 2)$

c) $P(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$

3.1.2. Esperanza Matemática

C. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta

1. Encuentra la esperanza de la suma de puntos al lanzar un par de dados equilibrados.

2. Encuentra la esperanza de la suma de puntos al lanzar tres dados equilibrados.

3. Encuentra la esperanza de una variable aleatoria discreta X cuya función de probabilidad está dada por

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

con $x = 1, 2, 3, \dots$

4. Una variable aleatoria continua X tiene densidad de probabilidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}e^{-5x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Calcula

a) $E(X)$

b) $E(X^2)$

3.1.3. Desviación Estándar

D. Resuelve lo siguiente de manera correcta

1. Calcule la varianza y la desviación estándar de la suma obtenida al alnzar un par de dados equilibrados.

2. Calcule la varianza y la desviación estándar de la suma obtenida al alzar un tres dados equilibrados.
3. Calcule la varianza y la desviación estándar de una variable aleatoria discreta X cuya función de probabilidad está dada por

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

con $x = 1, 2, 3, \dots$

3.1.4. Momentos y funciones generatrices de momentos

E. Calcula lo siguiente de manera correcta

1. La variable aleatoria X puede tomar los valores 1 y -1 con probabilidad $\frac{1}{2}$ cada uno. Calcula:
 - a) La función generatriz de momentos
 - b) Los primeros cuatro momentos alrededor del origen

2. Una variable aleatoria X tiene función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}e^{-5x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Calcule

- a) La función generatriz de momentos
 - b) Los primeros cuatro momentos alrededor del origen
3. Encuentra la función generatriz de momentos de una variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

4. Si X tiene función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Calcule

- a) El k -ésimo momento alrededor del origen
 - b) El k -ésimo momento alrededor de la media
5. Sea

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2) & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

Con k una constante apropiada, la función de densidad de la variable aleatoria X . Encuentra:

- a) El coeficiente de sesgo
- b) El coeficiente de curtosis

3.2. Distribución Binomial

A. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta utilizando la distribución Binomial

1. Calcula la probabilidad de sacar 4 águilas en seis volados
2. Se determina con anticipación que la probabilidad de que un cliente potencial elegido al azar realice una compra es de 0,30. Si un vendedor visita a 8 clientes potenciales. Calcula la probabilidad de que:
 - a) Ninguno de los clientes realice una compra
 - b) Exactamente 6 clientes realicen una compra
 - c) alo más tres prospectos realicen una compra
3. En una fábrica, el productos de una unidad de disco de una conocida marca X de PC espera que 3% de las unidades funcionen mal durante el período de garatía. En una muestra de 10 unidades disco. ¿Cuál es la probabilidad de que?:
 - a) Exactamente una funciones mal durante su periodo de prueba
 - b) Al menos 3 funcionen mal durante el periodo de prueba
4. El 95 % de los estudiantes que toman un curso propedéutico de estadística aprueban. Calcula la probabilidad de que al menos 4 estudiantes en una clase de 20 no aprueben el curso.
5. El 15 % de las pantallas de plasma de cierta marca X fallarán antes que expire su garantía. Calcular la probabilidad de que de 30 pantallas, 6 o más fallen antes de que termine su garantía.

3.3. Distribución de Poisson

A. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta utilizando la distribución de Poisson

1. Se investiga la seguridad de un crucero muy peligroso. Los archivos de la policía indican una media de cinco accidentes por mes en él. El número de accidentes está distribuido conforme a la distribución de Poisson. Calcula la probabilidad de exactamente 0, 1, 2, 3 y 4 accidentes en un mes determinado.
2. En una fábrica se sabe que la probabilidad de que r artículos sean defectuosos es $P(X = k) = \frac{4^k e^{-4}}{k!}$. Determina la probabilidad de que n 100 días el número de artículos defectuosos esté comprendido entre (400, 600).
3. U na compañía aérea observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de fallos es 8.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen menos de dos componentes en 50 horas?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos tres componentes en 125 horas?

3.4. Distribución Normal

A. Resuelve los siguientes problemas de manera correcta utilizando la distribución Normal

1. Si X es una variable aleatoria de una distribución $N(\mu, \sigma)$. Calcula $p(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$.
2. En una distribución normal de media 4 y desviación estándar 2. Calcula el valor de a para que: $P(4 - a \leq x \leq 4 + a) = 0,5934$.
3. En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de Enero sigue una distribución normal, con media 23 y desviación estándar 5. Calcula el número de días del mes en los que se espera alcanzar temperaturas máximas entre 21 y 27.
4. La media de los pesos de 500 estudiantes de una Universidad es de 75 Kg y la desviación estándar 3.5 Kg. Si los pesos se distribuyen normalmente. Calcula cuántos estudiantes pesan:
 - a) Entre 65 Kg y 70 Kg
 - b) Más de 85 Kg
 - c) Menos de 62 Kg
 - d) 62 Kg
 - e) 62 Kg o menos
5. Los resultados de una prueba hecha a estudiantes de una Universidad siguen una distribución normal con media 79 y varianza 37. Calcula:
 - a) La probabilidad de que una persona que se presenta a la prueba obtenga una calificación superior a 73.
 - b) Si la calificación de un estudiante es mayor que 73, calcula la probabilidad de que su calificación sea superior a 84.



Bibliografía

- [1] Probabilidad, Lipschutz, S. & Marc Lipson, Mc Graw Hill, 2001.
- [2] Estadística, Spiegel, M. R., Mc Graw Hill, 2001.
- [3] Teoría y problemas de Probabilidad y Estadística, Spiegel, N. R., Mc Graw Hill.

Tabla de Distribución Normal Estándar

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3	0.0013	0.0010	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000