

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CECYT “LÁZARO CÁRDENAS DEL RÍO”
ÁREA BÁSICA
ACADÉMIA DE MATEMÁTICAS TURNO MATUTINO**

GUÍA DE GEOMETRÍA ANALÍTICA 2016-2017A

PRIMER EXAMEN PARCIAL

• **SISTEMA DE COORDENADAS, LUGARES GEOMÉTRICOS Y EJERCICIOS DE GRAFICACIÓN**

❖ **SISTEMA COORDENADO CARTESIANO Y DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS.**

1) Transportar a una gráfica los siguientes puntos:

- a) (5 , 2)
- b) (0 , 0)
- c) $(1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$
- d) (0 , 3)

2) Un cuadrado tiene 10 unidades de longitud. ¿Cuáles son las coordenadas de sus vértices:

- a) Si uno de ellos está en el origen, dos de sus lados se encuentran a lo largo de los ejes coordenados y el otro vértice está en el segundo cuadrante?
- b) Si su centro está en el origen y sus lados son paralelos a los ejes?
- c) Si sus diagonales están sobre los ejes?

3) Respóndase la tercera pregunta para el caso de un cuadrante cuyo lado tiene (a) unidades de longitud.

4) Una circunferencia cuyo radio es de 6 unidades, es tangente a los lados coordenados. Determine las coordenadas de sus centros y de sus dos puntos de tangencia. (Cuatro casos).

5) En un sistema de ejes rectangulares, ubicar los siguientes pares de puntos y calcular sus distancias respectivas. a) (3 , 7) y (17 , -5) b) (0 , -9) y (9 , 0).

6) Los vértices de un cuadrilátero son los puntos A(1 , 3), B(7 , 3), C(9 , 8) y D(3 , 8), demostrar que el cuadrilátero es un paralelogramo y calcular su perímetro.

7) Comprobar que los puntos A(1 , 1), B(0 , 5), C(-3 , 0) son los vértices de un triángulo rectángulo.

8) Comprobar que el triángulo cuyos vértices son A(-1 , -6), B(-6 , 4), C(5 , 2) es un triángulo isósceles.

❖ División de un segmento en una razón dada.

1) Hallar las coordenadas del punto Q que divide al segmento cuyos extremos son:

$Q_1(-2, 3)$, $Q_2(3, -2)$, en la razón $r = \frac{2}{5}$.

2) Calcular las coordenadas del punto P(x, y) que dividen al segmento A(8, -4), B(2, 4), en la razón $r = -2$.

3) Uno de los puntos extremos de un segmento es el punto (7, 8) y su punto medio es (4, 3), hallar el otro extremo.

❖ Áreas de triángulos en función de las coordenadas de sus vértices.

1) Determinar el área y el perímetro del triángulo cuyos vértices son: A(-2, -1), B(2, 2), C(5, -2).

2) Demostrar Analíticamente que los puntos cuyas coordenadas son: A(-7, 5), B(1, 1) y C(-3, 3), son colineales.

3) Hallar las áreas de los polígonos cuyas coordenadas de los vértices son:

a) A(2, 5), B(7, 1), C(3, -4) y D(-2, 3)

❖ Ángulo de inclinación y pendiente de una recta.

1) Hallar La pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos A(-3, 2), B(7, -3).

2) Los vértices de un triángulo son los puntos A(2, -2), B(-1, 4) y C(4, 5), calcular la pendiente de cada uno de los lados.

3) ¿Cuál es el ángulo de inclinación de una recta cuya pendiente es

a) 1? b) -1? c) $\sqrt{3}$?

4) Una recta de pendiente 3 pasa por el punto A(3, 2), la abscisa del punto B de la recta es 4, encontrar el valor de la ordenada.

5) Tres de los vértices de un paralelogramo son A(-1, 4), B(1, -1), C(6, 1), si la ordenada del cuarto vértice es 6, ¿Cuál es su abscisa?

❖ Ángulo entre dos rectas.

- 1) Hallar los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son los puntos $A(-2, 1)$, $B(3, 4)$, y $C(5, -2)$.
- 2) Demostrar que los puntos $A(1, 1)$, $B(5, 3)$, y $C(6, -4)$, son vértices de un triángulo isósceles y encontrar el valor de uno de los ángulos iguales.
- 3) Dos rectas se cortan formando un ángulo de 135° , y sabiendo que la recta final tiene una pendiente de -3 , calcular la pendiente de la recta inicial.
- 4) Dos rectas se cortan formando un ángulo de 45° , la recta inicial pasa por los puntos $A(-2, 1)$ y $B(9, 7)$ y la recta final pasa por el punto D cuya abscisa es de -2 , encontrar la ordenada de D .
- 5) Demostrar que los cuatro puntos $A(2, 2)$, $B(5, 6)$, $C(9, 9)$ y $D(6, 5)$ son vértices de un rombo y que sus diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio.

❖ Condición de paralelismo y perpendicularidad.

- 1) Demuestre que la recta que pasa por los puntos $(-4, 3)$ y $(6, -1)$ es perpendicular a la que pasa por $(2, 4)$ y $(-2, -6)$.
- 2) Demuestre que los triángulos que tienen los siguientes vértices son rectángulos.
 - a) $(6, 7)$, $(3, -4)$, $(-1, 0)$
- 3) Encuentre la pendiente de una recta perpendicular a la que pasa por los puntos de coordenadas: $(3, -2)$ y $(-3, -1)$.

❖ Rectas determinadas por dos de sus puntos.

- 1) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(-3, -1)$ y $B(2, -6)$.
- 2) Una recta que pasa por el punto $A(7, 8)$ y es paralela a la recta $C(-2, 2)$ y $D(3, -4)$, hallar su ecuación.
- 3) Demostrar que los puntos $A(-5, 2)$, $B(1, 4)$ y $C(4, 5)$ son colineales, encontrar la ecuación de la recta que pasa por dos de estos puntos.

❖ Rectas determinadas por un punto y la pendiente.

- 1) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1, 5)$ y tiene de pendiente 2 .

2) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-6, -3)$ y tiene un ángulo de inclinación de 45° .

3) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y cuya intersección con el eje (y) es de -2 .

❖ Rectas determinadas por las dos intersecciones de los ejes de coordenadas.

1) Hallar la ecuación de una recta, determinando los coeficientes de la forma general, si los segmentos que determina sobre los ejes (x) y (y), es decir sus intersecciones son 3 , -5 respectivamente.

2) Hallar la pendiente e intersecciones de la recta $7x - 9y + 2 = 0$.

3) Hallar la pendiente, el ángulo y las intersecciones de la recta que pasa por el punto $A(2, 3)$ y es perpendicular a la recta $2x - 7y + 2 = 0$.

4) Una recta pasa por el punto de intersección de las rectas $2x - 3y - 5 = 0$, $x + 2y - 13 = 0$ y el segmento que determina sobre el eje x es igual al doble de su pendiente, hallar la ecuación de dicha recta.

❖ Ecuación general de la recta.

1) La ecuación de una recta es: $3x + 8y - 47 = 0$, hallar la ecuación de la perpendicular en el punto $B(1/3, 5)$.

2) La ecuación de una recta es: $3x + 8y - 47 = 0$, hallar la ecuación de la paralela que pasa por el punto $A(3, 2)$.

3) Encuentre las coordenadas en el origen y las pendientes de cada una de las siguientes rectas. Trace su gráfica. $3x - 2y - 12 = 0$.

4) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto dado y que tiene la pendiente dada: $P(2, 3)$, $m = 2$.

5) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el siguiente par de puntos.
 $A(2, 1)$ y $B(5, 6)$

6) Encuentre la tangente del ángulo que forma la primera de las rectas siguientes con la segunda.

a) $x - 3y + 7 = 0$, $3x - 4y + 6 = 0$

7) Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que une los puntos $A(-3, 2)$ y $B(1, 6)$.

❖ Distancia de un punto a una recta.

- 1) Hallar la distancia de la recta $3x - 4y + 6 = 0$ al punto $A(7, -3)$.
- 2) Hallar la distancia comprendida entre las rectas paralelas: $3x - 4y + 8 = 0$ y $6x - 8y + 9 = 0$.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

• CIRCUNFERENCIA.

❖ Circunferencia con centro en el origen.

- 1) Encuentre la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio dado.
 - i. $r = 10$
 - ii. $r = \sqrt{5}$

- 2) Encuentre el radio de la circunferencia: $x^2 + y^2 - 169 = 0$

❖ Circunferencia con centro fuera del origen.

- 1) Encuentre la ecuación de la circunferencia que satisfagan las condiciones siguientes.
 - i. $C(-4, 3)$, $r = 6$
 - ii. $C(-3, 2)$, y que pase por el punto $P(-5, -1)$
- 2) Encuentre la ecuación general de la circunferencia sabiendo que uno de sus diámetros es el segmento AB: $A(8, -4)$ y $B(-2, 4)$
- 3) Encuentre el centro y el radio de las siguientes circunferencia.
 - i. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 40 = 0$
 - ii. $9x^2 + 9y^2 + 18x - 36y - 90 = 0$

❖ Circunferencia determinada por tres puntos.

- 1) Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por los siguientes puntos y representélas gráficamente: $A(2, 1)$, $B(-4, 3)$, $C(-6, 5)$

❖ Intersección de una circunferencia y una recta.

- 1) Encuentre la ecuación de la recta en su forma general que es tangente a la circunferencia: $(x - 3)^2 + (y - 12)^2 = 100$, en el punto $P(-5, 6)$.

- 2) Encuentre la ecuación de la recta en su forma general que es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x - 2y - 3 = 0$, en el punto P (0 , - 3).
- 3) Encuentre la ecuación de la circunferencia en su forma general de centro C(-1 , -2) y sea tangente a la recta $x - 2y + 24 = 0$. Graficar.
- 4) Encuentre la ecuación de la circunferencia de centro C(5 , - 5) y sea tangente a la recta $4x - 3y - 2 = 0$.
- 5) Encuentre la ecuación de la circunferencia de centro C (- 1 , - 3) que sea tangente a la recta que une los puntos P₁ (- 2 , 4) , P₂ (2 , 1).

• PARÁBOLA.

❖ Parábola con vértice en el origen.

1) Encuentre las coordenadas del foco, los puntos extremos del lado recto y la ecuación de la directriz de las siguientes parábolas. Dibuje la gráfica de cada parábola.

- i. $y^2 = - 9x$
- ii. $2x^2 = 12y$
- iii. $y^2 + 16x = 0$

2) Encuentre la ecuación de las parábolas que tengan las propiedades indicadas. Dibuje cada curva.

- i. Foco (0 , 2), directriz: $y = - 2$
- ii. Puntos extremos del lado recto P₁ (2 , - 1) y P₂ (- 2 , - 1)
- iii. Vértice en V (0 , 0), eje vertical y un punto de la curva P₁ (2 , 4)
- iv. Vértice en V (0 , 0), abre hacia abajo y su lado recto mide $L_r = 12$

❖ Parábola con vértice fuera del origen.

1) Encuentre la ecuación ordinaria de la parábola de vértice y foco dados.

- i. Vértice V (- 3 , - 5) ; foco F (- 3 , - 2)
- ii. Vértice V (2 , - 6) ; foco F (4 , - 6)

2) Encuentre la ecuación ordinaria de la parábola que tenga las propiedades indicadas. Dibuje cada curva.

- i. Foco F (0 , - 2) ; directriz: $x = 5$
- ii. Vértice V (3 , 5/3) ; directriz: $y = 2$

3) Encuentre la ecuación de la parábola de eje vertical con vértice en V (- 1 , - 1) y que pase por el punto P₁ (1 , 6).

4) Encuentre los elementos de cada una de las siguientes parábolas y representélas gráficamente.

i. $y^2 - 8x - 8y + 64 = 0$

ii. $x^2 + 10x + 2y + 29 = 0$

iii. $x^2 - y + 7 = 0$

5) Encuentre la ecuación de la parábola de vértice $V(2, 3)$, de eje de simetría paralelo al de coordenadas (y) y que pase por el punto $P(4, 5)$.

❖ Intersección de una parábola y una recta.

1) Encuentre en cada caso los puntos de intersección de la parábola y recta dados.

i. Parábola $x^2 + 4x - y - 5 = 0$; recta $6x - y - 2 = 0$

ii. Parábola $y^2 - x + 9y - 25 = 0$; recta $x - 6y - 15 = 0$

TERCER EXAMEN PARCIAL

❖ Elipse con centro en el origen.

1) En la siguiente elipse determina sus elementos y representación gráfica: $3x^2 + 4y^2 = 48$

2) Encuentre la ecuación de la elipse de centro el origen que satisfaga las condiciones indicadas.

i. $F(\pm 5, 0)$, $V(\pm 6, 0)$ ii) $L_r = 9$, $F(3, 0)$ iii) $F(0, \pm 3)$, excentricidad $e = 3/5$.
iv, que pasa por el punto $P(-1, 1)$ con vértices $V(0, \pm 2)$.

3) Encuentre la ecuación de la elipse de centro el origen, focos sobre el eje (x) y que pase por

los puntos $P_1(-3, 2\sqrt{3})$ y $P_2\left(4, \frac{4\sqrt{5}}{3}\right)$.

❖ Elipse con centro fuera del origen.

4) Dadas las siguientes elipses determinar sus elementos y representarlas gráficamente.

i. $9x^2 + 4y^2 - 90x - 24y + 225 = 0$ ii. $x^2 + 36y^2 + 4x - 432y + 1264 = 0$

5) Encuentre la ecuación de la elipse cuyo eje mayor es AB y cuyo eje menor es CD.
 $A(4, 6)$, $B(12, 6)$, $C(8, 3)$, $D(8, 9)$.

6) Encuentre la ecuación de la elipse que satisfaga las condiciones indicadas.

- i. $V(1, 4)$, $V'(-5, 4)$ y excentricidad $e = 1/4$.
- ii. $V(3, -5/2)$, centro $C(3, -1)$ y excentricidad $e = 1/6$.
- iii. $C(1, 4)$, $F(1, 8)$ y excentricidad $e = 1/5$.
- iv. $F(10, 2)$, $F'(2, 2)$ y que pase por el punto $P(6, 7)$

7) Encuentre la ecuación de la elipse de centro $C(4, -1)$, uno de los focos $F(1, -1)$ y que pase por el punto $P(8, 0)$.

❖ Hipérbola con centro en el origen.

1) En la siguiente hipérbola determina sus elementos y represéntala gráficamente:
 $2x^2 - 3y^2 = 12$

2) Encuentre la ecuación de la hipérbola de centro el origen que satisfaga las condiciones indicadas.

- i. $F(\pm 5, 0)$, $V(\pm 2, 0)$.
- ii. $V(0, -3)$, $V(0, 3)$, distancia focal 7.
- iii. $V(\pm 4, 0)$, excentricidad $e = 3$.
- iv. $F(0, \pm 1/2)$, excentricidad $e = 6/5$.

3) Encuentre la ecuación de la hipérbola cuyas asíntotas son las rectas $3y - 4x = 0$ y $3y + 4x = 0$, y uno de sus focos es $F(6, 0)$.

4) Encuentre la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto $P(2, 8)$ con vértices en $V(0, \pm 4)$.

5) Encuentre la ecuación de la hipérbola de centro el origen, focos sobre el eje (y) y que pase por los puntos $P_1(3, 1)$ y $P_2(9, 5)$.

❖ Hipérbola con centro fuera del origen.

6) Encuentre la ecuación de la hipérbola cuyo eje real es el segmento AB y cuyo eje imaginario es el segmento CD. $A(4, 6)$, $B(12, 6)$, $C(8, 3)$, $D(8, 9)$.

7) Encuentre la ecuación de la hipérbola que satisfaga las condiciones indicadas.

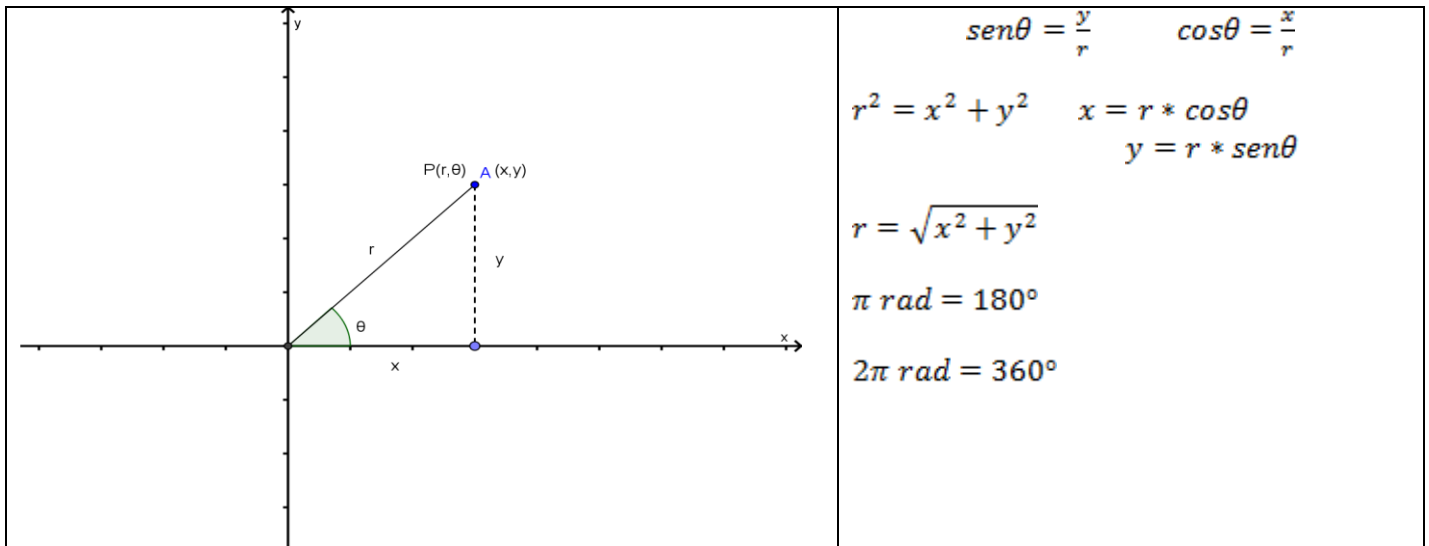
- a) $V(1, 4)$, $V'(-5, 4)$ y excentricidad $e = 3$.
- b) $V(3, 5)$, centro $C(3, -1)$ y excentricidad $e = 4/3$.
- c) $C(1, 4)$, $F(1, 8)$ y semieje imaginario 6.
- d) $V(-9, 3)$, $C(-5, 3)$ y una asíntota: $x + 2y - 1 = 0$.

8) Encuentre la ecuación de la hipérbola con vértices en $V(2, 7)$, $V'(2, -7)$ y que pase por el punto $rP(4, 7\sqrt{2})$.

9) Dadas las siguientes hipérbolas determinar sus elementos y representarlas gráficamente.

- i. $-25x^2 + 4y^2 + 32y - 36 = 0$
- ii. $4x^2 - 9y^2 + 8x - 54y - 113 = 0$.

❖ Coordenadas polares.



Resuelve los ejercicios sobre coordenadas polares que se muestran a continuación.

<p>1) Representa los siguientes puntos en el plano polar.</p> <p>i) $(5, 75^\circ)$ ii. $(-2, 270^\circ)$ iii) $(2, \pi/2)$ iv) $(-3, -5\pi/6)$ v) $(6, \pi/6)$ vi) $(7, \pi)$</p> <p>2) Encuentre la distancia entre los pares de puntos siguientes, expresando los resultados con una cifra decimal.</p> <p>ii. $(5; 45^\circ)$ y $(8; 90^\circ)$ iii. $(50; 30^\circ)$ y $(50; 90^\circ)$ iv. $(3; 150^\circ)$; $(-2; 60^\circ)$</p> <p>3) Obtenga las coordenadas rectangulares de los siguientes puntos.</p> <p>i. $A(6, 45^\circ)$ ii. $B(8, \pi/6)$ iii. $C(-7, 60^\circ)$</p>	<p>4) Obtenga las coordenadas polares de los siguientes puntos.</p> <p>i) $P(3, -4)$ ii) $Q(5, -7)$ iii) $R(-8, -3)$ iv) $S(-4, 10)$</p> <p>5) Calcule las ecuaciones polares correspondientes a las siguientes ecuaciones cartesianas.</p> <p>i) $3x + 4y + 1 = 0$ ii) $2x - 5y - 2 = 0$ iii) $x^2 + y^2 = 9$ iv) $x^2 = 8y$ v. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ vi) $2x - 4y + 3 = 0$ vii) $y^2 - 4x + 4 = 0$</p> <p>6) Calcule la ecuación rectangular de las curvas siguientes.</p> <p>i. $r = \frac{3}{\operatorname{cos}\theta + 1}$ ii. $r = 2 * \operatorname{sen}\theta$ iii. $r * \operatorname{sen}\theta = 5$ iv. $r = \frac{1}{1 + \operatorname{sen}\theta}$ v. $r * \operatorname{cos}\theta = 3$</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

❖ Ecuaciones paramétricas

1) Establecer la ecuación rectangular de las siguientes Ecuaciones paramétricas.

a) $x = 2 - t$ b) $x = \sqrt{t}$ c) $x = t + 1$ d) $x = 2 + 3\sqrt{t + 1}$

$$y = 2 + 3t$$

$$y = 1 - t$$

$$y = t^2$$

$$y = 1 - \sqrt{t}$$

$$\text{e) } x = 1 + 1/t \\ y = t - 1$$

$$\text{f) } x = \sec \theta \\ y = \cos \theta$$

$$\text{g) } x = \tan^2 \theta \\ y = \sec^2 \theta$$

$$\text{h) } x = 4 \cos^2 \theta \\ y = 2 \sin \theta + 3$$

2) Hallar las ecuaciones paramétricas, para las siguientes ecuaciones tomando en cuenta el valor que aparece de (x) o de (y).

$$\text{a) } y = 1 - x \\ x = 2t$$

$$\text{b) } x - 4y = 16 \\ x = 4 \sec \theta$$

$$\text{c) } x - xy = 2 \\ y = 1 - t$$

$$\text{d) } x = t - 3 \\ y + 3xy - 5 = 0$$

$$\text{e) } y = t + 2 \\ 2x + xy + 3 = 0$$