

La educación matemática en el siglo XXI

La educación matemática en el siglo XXI

Xicoténcatl Martínez Ruiz / Patricia Camarena Gallardo
COORDINADORES



COLECCIÓN PAIDEIA SIGLO XXI



La educación matemática en el siglo XXI

Xicoténcatl Martínez Ruiz y Patricia Camarena Gallardo, coordinadores

Primera edición 2015

D.R. ©2015 Instituto Politécnico Nacional

Av. Luis Enrique Erro s/n

Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Zacatenco,

Del. Gustavo A. Madero, C. P. 07738, México, D. F.

Libro formato pdf elaborado por:

Coordinación Editorial de la Secretaría Académica

Secretaría Académica, 1er. Piso,

Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”

Zacatenco, Del. Gustavo A. Madero, C.P. 07738

Diseño y formación: Quinta del Agua Ediciones, S.A. de C.V. Cuidado
de la edición: Héctor Siever

ISBN: 978-607-414-497-0

Impreso en México / Printed in Mexico

Índice

Una nota de agradecimiento	9
Introducción. Matemática, futuro e imaginación <i>Xicoténcatl Martínez Ruiz</i>	11
BRASIL	
Educación matemática en Brasil: proyectos y propósitos <i>Maria Salett Biembengut</i>	19
CHILE	
Una visión acerca de la educación matemática en Chile: cómo caracterizar su presente, los principales hitos del proceso de llegar allí y cómo pensar el futuro <i>Fidel Oteiza Morra</i>	41
COSTA RICA	
Costa Rica: una reforma radical en la educación matemática <i>Ángel Ruiz</i>	67
ESPAÑA	
La educación matemática en España <i>José Luis Lupiáñez, Luis Rico Romero, Isidoro Segovia y Juan Francisco Ruiz-Hidalgo</i>	99
MÉXICO	
Uso coordinado de tecnologías digitales y competencias esenciales en la educación matemática del siglo XXI <i>Manuel Santos Trigo</i>	133

El aprendizaje de la geometría en el siglo XXI: tres teoremas básicos sobre la línea recta y su demostración <i>Mario García Juárez</i>	155
Educación matemática en México: investigación y práctica docente <i>Patricia Camarena Gallardo</i>	191
2036: una filosofía prospectiva de la educación matemática <i>Xicoténcatl Martínez Ruiz</i>	217
La toma de decisiones durante una clase de matemáticas <i>Miguel Ángel Parra Álvarez</i>	233
PERÚ	
Educación matemática en el Perú: avances y perspectivas <i>Jesús Victoria Flores Salazar y Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre</i>	257
PUERTO RICO	
Una aproximación a la matemática educativa en Puerto Rico <i>Orlando Planchart Márquez</i>	279
VENEZUELA	
Perspectivas de la educación matemática en Venezuela para el siglo XXI <i>Yolanda Serres</i>	297
CONCLUSIONES	
La educación matemática en el siglo XXI: conclusiones del presente y futuro <i>Patricia Camarena Gallardo</i>	319
Acerca de los autores	342
Acerca de los profesores entrevistados	349



México

Educación matemática en México: investigación y práctica docente

Patricia Camarena Gallardo
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se aborda lo que ha sido la educación matemática en México, así como el futuro que se anticipa en esta área, y de manera específica en los niveles educativos medio superior y superior, también llamados nivel bachillerato y nivel universitario.

Es importante partir de la concepción que predomina en México respecto al término educación matemática, concebido a partir de dos vertientes: *a)* como las acciones educativas que se realizan para atender la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es decir, la educación matemática como práctica docente en todos los niveles educativos; *b)* la educación matemática como un área de conocimiento conformada por las investigaciones que se realizan en esta temática, tanto para el bachillerato como para el nivel universitario. Por tanto, esas dos vertientes de la educación matemática generan la inclusión de dos secciones en este documento.

Cabe señalar que en México los investigadores pioneros del área son los doctores Eugenio Filloy Yagüe y Carlos Imaz Jahnke, quienes coincidían en que los estudios generalmente se enfocan en la educación y luego toman en cuenta a la matemática, siendo que la problemática del aprendizaje y la enseñanza de la matemática tienen que ver con la propia matemática. Mencionaban que desde la matemática misma debían hacerse estudios que fueran hacia la educación; de ahí que ambos la denominaran matemática educativa, y sentaran las directrices para los estudios que hoy se realizan en el Centro

de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav) del Instituto Politécnico Nacional (IPN).

ACCIONES EDUCATIVAS EN MATEMÁTICAS

Es claro que en el mundo globalizado en el que se encuentran inmersos todos los países se han roto barreras de todo tipo: ideológicas, culturales, científicas, tecnológicas o de valores; esto conlleva la necesidad de realizar modificaciones en las esferas políticas, sociales, culturales, económicas y educativas, entre otras. Es en este sentido que la educación ha impulsado cambios en los procesos educativos que van desde la política educativa y los modelos académicos, hasta transformaciones relacionadas con los procesos de aprendizaje y enseñanza. En particular, la educación matemática ha modificado la práctica docente en todos los niveles.

De hecho, la ruptura de fronteras en la perspectiva global mundializada ha impulsado que las políticas educativas proyectadas por los organismos internacionales sean escuchadas en muchos países y México es uno de ellos, como puede apreciarse en los siguientes apartados.

Para el caso concreto de este ensayo, los niveles medio superior y superior han experimentado cambios en la enseñanza de la matemática, los cuales tienden a tomar en cuenta, sobre todo, enfoques como la resolución de problemas y el desarrollo de habilidades, que en ocasiones han sido denominadas competencias. También hay modificaciones en relación con actividades didácticas como el trabajo en equipo, el uso de mapas conceptuales y la aplicación de rúbricas para la evaluación.

Nivel medio superior

Es importante mencionar que en México la educación media superior (15 a 18 años de edad) tiene dos características: bachilleratos con carácter monovalente de tipo propedéutico para transitar hacia el nivel superior; y bachilleratos de carácter bivalente (propedéutico y terminal) que desembocan en carreras técnicas, pero con apertura para realizar estudios universitarios.

Cuando se trata de bachilleratos con características propedéuticas y terminales los enfoques en la enseñanza de la matemática son más evidentes. En ambos casos se pretende prepararlos para una mejor calidad de vida, contribuyendo así a la equidad social.

En México recién se ha establecido la educación media superior como obligatoria, con el propósito de apoyar una mejor preparación de los ciudadanos que deciden o no pueden continuar con una formación universitaria y se incorporan al mercado de trabajo, con lo cual pueden contribuir a la economía del país. Por ello se le da más peso al Acuerdo 442 –donde se establece un Sistema Nacional de Bachilleratos que contempla el enfoque por competencias–, de la Subsecretaría de Educación Media Superior, dependiente de la Secretaría de Educación Pública (SEP). Lo anterior permite articular programas de estudio con diversas características, entre ellas 1) las competencias genéricas, que comprenden una serie de desempeños terminales; 2) competencias disciplinares básicas; 3) competencias disciplinares extendidas, de carácter propedéutico, y 4) competencias profesionales para el trabajo (SEMS, 2008). Los planteles incluidos en el Sistema Nacional de Bachilleratos son los que han acreditado un elevado nivel de calidad. Para ello se someten a una evaluación exhaustiva por parte del Consejo para la Evaluación de la Educación del Tipo Medio Superior (Copeems), organismo con independencia técnica creado para ese efecto (SEMS, 2014). Las competencias matemáticas que se pretende inculcar en este nivel educativo son que el alumno:

- Construya e interprete modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formule y resuelva problemas matemáticos aplicando diferentes enfoques.
- Explique e interprete los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contraste con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumente la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos o analíticos mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analice las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifique, represente y contraste experimental o matemáticamente, las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Elija un enfoque determinista o aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno y argumente su pertinencia.

- Interprete tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Es importante mencionar que para el logro del desarrollo de estas competencias del Sistema Nacional de Bachillerato se parte del conocimiento previo de los estudiantes, quienes tratan de responder a los estándares que son evaluados por medio del Programme for International Student Assessment o Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés).

Como es sabido, el PISA es un proyecto de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), que evalúa la formación de los alumnos cuando llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria, alrededor de los 15 años de edad. Las tres competencias examinadas por medio del PISA son las habilidades lectoras, matemáticas y de ciencias. Rico (2009) describe lo anterior al mencionar que dicho proyecto se concibe como una herramienta para contribuir al desarrollo del capital humano de los países miembros de la OCDE. Y añade que tal capital lo constituyen los conocimientos, destrezas, competencias y otros rasgos individuales relevantes para el bienestar personal, social y económico.

Según el proyecto PISA, la competencia matemática implica la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, para hacer juicios bien fundamentados, y poder involucrarse con, y utilizar, las matemáticas. El concepto general de competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas. Es, por tanto, un concepto que excede al mero conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas, e implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana (OCDE, 2014).

Nivel superior

En referencia a las universidades, prácticamente cada una de ellas decide los enfoques, modelos y vertientes por los que ha de transitar. Sin embargo, se puede decir que la preocupación por formar cuadros de profesionistas capaces y competentes en relación con cualquier profesionista de otros países ha llevado a las universidades a tomar en cuenta las políticas educativas planteadas por organismos como la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) y la propia Subsecretaría

de Educación Superior, que depende de la SEP de México. Lo mismo puede decirse acerca de las políticas internacionales auspiciadas que presentan organismos como la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, por sus siglas en inglés), la OCDE y el Banco Mundial (BM), encaminadas al fortalecimiento de los programas académicos ofrecidos por las instituciones de educación superior, y que, en términos generales, promueven una formación integral con calidad y pertinencia para los individuos de todas las naciones afiliadas (Ocampo *et al.*, 2011).

A continuación se comentan algunas de las políticas educativas generales del nivel superior en México descritas en Ocampo *et al.* (2011), texto donde se menciona que esos lineamientos han sido planteados por la SEP en función de las tendencias de educación superior a nivel mundial y de acuerdo a la realidad del país.

En una de esas políticas se menciona la necesidad de elevar la calidad de la educación para que los estudiantes cuenten con medios para acceder a un mayor bienestar y puedan contribuir al desarrollo nacional. Lo anterior implica establecer la evaluación como un medio para mejorar los programas académicos en todos los niveles, así como para introducir innovaciones en las prácticas pedagógicas.

En otra de las políticas se busca ampliar las oportunidades educativas para reducir desigualdades entre grupos sociales, cerrar brechas e impulsar la equidad. Para ello se considera indispensable fortalecer los programas académicos, modalidades educativas y mecanismos dirigidos a facilitar el acceso y brindar atención a diferentes grupos poblacionales.

En esas políticas educativas también se establece la importancia de impulsar el desarrollo y utilización de nuevas tecnologías en el sistema educativo, ampliar las capacidades de los estudiantes para una vida productiva y favorecer su inserción en la sociedad del conocimiento. Se enfatiza, en particular, el uso de las tecnologías de la información y comunicación para fomentar la construcción de conocimientos en los estudiantes; para la operación de redes de conocimiento y el desarrollo de proyectos interinstitucionales; y para impulsar la educación a distancia con criterios y estándares de calidad e innovación permanentes, con especial énfasis en la atención de regiones y grupos que carecen de acceso a servicios escolarizados.

Un elemento de suma importancia entre esas políticas obliga a ofrecer una educación integral que equilibre la formación de valores ciudadanos, el desarrollo de competencias para la actividad laboral y la adquisición de

conocimientos. Lo anterior conlleva la necesidad de promover entre los estudiantes de las instituciones de educación superior el desarrollo de capacidades y competencias que permitan facilitar su desempeño en diferentes ámbitos de su vida.

Otro elemento indispensable es la política de ofrecer servicios educativos de calidad para formar personas con alto sentido de responsabilidad social, que participen de manera productiva en el mercado laboral. Aquí resulta imperativo fortalecer la pertinencia de los programas académicos de educación superior, así como la acreditación de las profesiones que se ofrecen.

En relación con lo anterior, las instituciones de educación superior giran alrededor de la acreditación de las profesiones a través de organismos nacionales creados para tal efecto. En México, los programas de licenciatura reconocidos por su calidad son evaluados por los Comités Interinstitucionales para la Evaluación de la Educación Superior (CIEES) y acreditados por el Consejo para la Acreditación de la Educación Superior (Copaes), donde se lleva a cabo la evaluación de forma interinstitucional por pares académicos.

Por último, cabe mencionar —como elementos que dan más énfasis a las políticas anteriores, pues algunos de éstos son complementarios a ellas— los objetivos generales que plantea el Programa Sectorial de Educación 2013-2018 de la SEP: 1) asegurar la calidad de los aprendizajes en la educación básica y la formación integral de todos los grupos de la población; 2) fortalecer la calidad y pertinencia de la educación media superior, superior y formación para el trabajo, a fin de que contribuyan al desarrollo de México; 3) asegurar mayor cobertura, inclusión y equidad educativa entre todos los grupos de la población para la construcción de una sociedad más justa; 4) fortalecer la práctica de actividades físicas y deportivas como un componente de la educación integral; 5) promover y difundir el arte y la cultura como recursos formativos privilegiados para impulsar la educación integral; 6) impulsar la educación científica y tecnológica como elemento indispensable para la transformación de México en una sociedad del conocimiento (SEP-PSE, 2013).

A partir de las políticas y los objetivos planteados, la educación matemática en el nivel superior tiende a modificarse con acciones que impulsan innovaciones en la práctica docente a través del uso de la tecnología como mediador en el aprendizaje y el diseño de cursos de matemáticas en línea. También busca incursionar en el desarrollo de competencias matemáticas; trata de trabajar con una matemática contextualizada para elevar la calidad

de los programas académicos. Sin embargo, cabe mencionar que si bien estos lineamientos en materia de educación llegan a los sectores directivos y difícilmente son adoptados por la comunidad docente de matemáticas, se puede asegurar que son factores que están en el tintero.

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Para la investigación en educación matemática es importante decir que en México existe una asociación civil que agrupa a los investigadores “altamente calificados” de esa área de estudio, denominada Consejo Mexicano de Investigación Educativa A.C. (COMIE). Uno de sus objetivos es “proponer mecanismos que mejoren la difusión y los resultados de investigación”; por otro lado, entre las acciones que realiza destaca la de establecer cada diez años el estado del conocimiento sobre la investigación educativa en México; el último de los cuales tuvo lugar durante la década del inicio del siglo XXI.

Una investigación científica que incide en la educación se denomina investigación educativa. Esta incidencia se establece en dos niveles o escalas: macro y micro. A nivel macro se trata de un estudio que enfoca a la educación y a las instituciones educativas desde una visión que permite establecer las políticas y la gestión educativas y los modelos académicos, entre otros. Mientras que a escala micro la búsqueda aborda las pequeñas sociedades del ámbito educativo, como el ambiente de aprendizaje, los actores educativos, las didácticas disciplinarias y el currículo, por mencionar algunos factores. Con base en esta descripción, la investigación en educación matemática en México se entiende como investigación educativa interdisciplinaria.

Ahora se muestran algunos ejemplos de los niveles educativos abordados en este ensayo, a fin de evidenciar la tendencia que se ha venido siguiendo en la investigación en educación matemática durante los últimos veinte años. Para mayor información, el lector interesado puede recurrir a las referencias de los estados del conocimiento del COMIE en investigaciones educativas disciplinarias. El análisis para los estados del conocimiento se realiza mediante diversas publicaciones en el área de pedagogía y educación matemática (libros, capítulos de libros, tesis de maestría y doctorado, reportes técnicos de investigación de las instituciones de educación superior del país y ponencias de diversos eventos académicos); para el nivel medio superior ver los análisis elaborados por los doctores Armando Solares e Ivonne

Sandoval (2013) y el doctor Luis Manuel Aguayo Rendón (2003); para el nivel superior revisar los análisis de la doctora Patricia Camarena Gallardo (2003, 2013a).

Para mostrar la tendencia seguida en la investigación en educación matemática se recurre principalmente a las referencias del COMIE ya señaladas. El análisis se realiza en función de una de las ternas doradas de la educación, dada por el estudiante, el profesor y el contenido a ser enseñando y aprendido. Es importante mencionar que el tema de los recursos de apoyo didáctico tiene un peso muy importante; es más, es notorio el uso de una serie de recursos tecnológicos que de hecho han desplazado a cualquier otro tipo de material de apoyo didáctico, de ahí que se haya dedicado un capítulo del libro específicamente a las tecnologías de información y comunicación; sin embargo, ese tema no se abordará en este capítulo.

Las investigaciones en los niveles medio superior y superior

En el nivel medio superior la planta de profesores está formada por profesionistas de diversas áreas, quienes pueden impartir cursos de matemáticas si su profesión es “afín” a esta disciplina, aun cuando la gran mayoría no tiene formación docente. Como es sabido, para una persona que no ha sido preparada para la docencia, la participación en niveles educativos básicos le resulta más compleja. Esto ha provocado que los profesores traten de modificar su práctica de enseñanza con más énfasis que los maestros de niveles avanzados (universidad o posgrado), con lo cual se generan más estudios que en el nivel superior.

En México no hay una formación específica para la docencia en matemáticas en el nivel superior, a excepción de estudios sobre educación, los cuales constituyen la minoría del total de las profesiones, aun cuando en ciertas universidades privadas comienzan a identificarse licenciaturas con tendencia a formar profesores para el nivel universitario. En general, son los matemáticos quienes se dedican a impartir las clases de matemáticas en las universidades; incluso sin tener una formación para la docencia, ellos representan cerca del 20% del total de profesores en matemáticas entre las profesiones universitarias distintas a la educación; el resto de docentes de matemáticas son personas formados en la misma profesión donde laboran, o bien son egresados de profesiones afines a las que trabajan (Camarena, 2013b). Esta problemática provoca que sea en el nivel superior donde se realiza menos investigación en educación matemática en relación con otros niveles educativos; la mayoría son estudios o

reportes de experiencias docentes, no investigaciones científicas. Se sabe que una investigación educativa de corte científico se caracteriza, entre otros elementos, por la fundamentación objetiva y rigor en el análisis de la información. En las investigaciones analizadas se observan procedimientos de diversos tipos: algunos estudios contienen fundamentaciones que van desde una teoría formal que da sustento al trabajo, hasta la incorporación de elementos teóricos que sus autores consideran coherentes pero que en realidad no se usan en el desarrollo del trabajo, tan sólo funcionan como adorno; otros carecen de cualquier tipo de fundamento y únicamente muestran el punto de vista del autor.

Entre las teorías y elementos teóricos más utilizados como fundamento de las investigaciones se localizan los registros de representación de Duval, las situaciones didácticas de Brousseau, los campos conceptuales de Vergnaud, las funciones cognitivas de Feuerstein y la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias de Camarena. A lo largo de esta exposición se observarán otros elementos utilizados como sustento de los estudios.

Se puede decir que la mayoría emplea una metodología general: diseño, aplicación y análisis, en ninguno de estos casos hay una metodología asociada al marco teórico en el que se fundamentan. El resto de las investigaciones pueden agruparse en dos vertientes: en la primera se identifican metodologías asociadas a fundamentaciones teóricas como la matemática en contexto o la ingeniería didáctica; la segunda corresponde a la resolución de problemas, cuya base son los trabajos de Schoenfeld y de Santos-Trigo, además de la metodología denominada Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas (APOE). Ahora bien, en cuanto a los contenidos matemáticos abordados en esas investigaciones, el tema que lleva la delantera en bachillerato es el álgebra, mientras que para las universidades destaca el cálculo diferencial e integral con funciones de una variable real. En el nivel medio superior también se abordan otras materias, aunque sin tanta preferencia; uno de los temas menos trabajados es el de probabilidad. Para el nivel superior, los temas que ocupan el segundo lugar en importancia para los investigadores, y que distan por mucho del primero, son las ecuaciones diferenciales ordinarias y el álgebra lineal. La mayoría de los temas restantes han sido abordados en tan solo una o dos investigaciones.

Como elementos emergentes en las investigaciones de bachillerato pueden mencionarse los estudios críticos de los sistemas de evaluación masiva, entre ellos el examen PISA o el examen único de ingreso al bachillerato, ambos relativamente recientes en nuestro país.

Para el nivel superior llama la atención que un tema tan actual como el de las competencias matemáticas sólo sea de interés para un investigador, cuando se esperaría encontrar varios estudios sobre competencias matemáticas a manera de línea de investigación emergente.

Para la descripción de las investigaciones realizadas en ambos niveles educativos se tomaron en cuenta, sobre todo, las referencias sobre el estado del conocimiento del COMIE ya mencionadas.

El estudiante

A continuación se mencionan algunas investigaciones para el nivel bachillerato; en ellas se indaga sobre las diversas estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución de problemas, y qué conocimiento o nociones matemáticas poseen. Más adelante, para el nivel universitario se puede decir que el propósito consiste en verificar si los alumnos poseen o no determinados conceptos, para lo cual se emplean distintas perspectivas; otras investigaciones tratan de diagnosticar problemas u obstáculos que enfrentan los estudiantes en diversas situaciones; otras más abordan el tipo de estrategias empleadas por los alumnos al resolver problemas y contextualizar las matemáticas.

Nivel medio superior. En la investigación de Santos-Trigo (1995), se identifica que los alumnos carecen de estrategias para la resolución de problemas y para verificar los resultados obtenidos o su proceso de resolución, y quizá por ello se inclinan a la aplicación directa de algún cálculo aritmético o fórmula algebraica. Mercado (2004), Sandoval (2005) y Salinas (2008) estudian la argumentación y la producción de conjeturas matemáticas de estudiantes que trabajan en ambientes geométricos; Mercado y Sandoval (2009) estudian algunos ambientes de geometría dinámica, mientras Salinas aborda el uso de papel, lápiz, regla y compás. Arteaga *et al.* (1999) analizan las interpretaciones y recursos matemáticos en diferentes problemas, y además observan que el uso de representaciones toma tiempo, lo cual deberá ser considerado por el profesor. Filloy y Rubio (1993) observan la actividad en clase de álgebra, y determinan que la mayoría de la población en estudio atribuye significados algebraicos cuando se trata de ambientes numéricos.

Nivel superior. A partir de algunos problemas Cooley *et al.* (2007) analizan el esquema en las gráficas del cálculo y muestran que los estudiantes poseen varios niveles de entendimiento. A su vez, Eudave (2007) busca determinar

las concepciones de los alumnos sobre las nociones de estadística descriptiva, para lo cual analiza la forma en que contextualizan a la matemática en las carreras de estudio. Alatorre (1999) analiza los métodos de construcción del estudiante de acuerdo con el teorema de “acto”, de la teoría cognitiva de los campos conceptuales de Vergnaud; encuentra algunas dificultades en la concepción del proceso combinatorio, y el hecho de que utilizan como estrategias las relaciones de equilibrio y la proporcionalidad como proceso central en la solución de problemas. Muro (2004), Muro *et al.* (2007) y Trejo *et al.* (2011) toman como punto de partida la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias y emplean los campos conceptuales de Vergnaud para el análisis cognitivo. Los trabajos de Muro *et al.* se enfocan en las series de Fourier en el contexto de transferencia de masa, mientras en Trejo *et al.* se consideran los sistemas de ecuaciones lineales en el contexto del balance de materia en eventos de mezclas químicas.

De León (1996) determina cómo los alumnos requieren de un marco de referencia para mirar la aleatoriedad, pues sólo con ello pueden apropiarse de tal concepto. Cuesta *et al.* (2010) diseñan estrategias didácticas y encuentran que los estudiantes no relacionan la representación gráfica con la verbal.

En cuanto a la contextualización de la matemática, Mochón y Godínez (1996) exploran algunos métodos utilizados por los estudiantes para modelar problemas de situaciones reales, encontrando que aplican procedimientos aritméticos de tipo lineal aun cuando los problemas son de carácter exponencial y típicos de ecuaciones diferenciales o en diferencias; concluyen que eso habla de la limitación de los alumnos para aplicar procedimientos diferenciales o algebraicos. Muro *et al.* (2002) llevan a cabo una investigación para determinar si los estudiantes pueden contextualizar la serie de Fourier con el proceso de transferencia de masa mediante la matemática en contexto; concluyen que los alumnos no pueden vincular estos conceptos debido a los obstáculos epistemológicos de las series trigonométricas: la suma de funciones senoidales, la periodicidad de las funciones y la convergencia de la serie. Por su parte, Balderas (2000) solicita a los alumnos imaginar y dibujar la trayectoria del agua que fluye constantemente en un tubo conectado al extremo de una pipa llena de agua; encuentra que las respuestas de los estudiantes a la razón de cambio están dadas en términos visuales, aunque pueden hacer uso de otros elementos.

Santos-Trigo y Rivera (2010) indagan en estudiantes de posgrado acerca del conocimiento matemático conceptual y sus aplicaciones, con el propósito

de identificar y caracterizar el perfil de ingreso. Ursini y Trigueros (2006) se enfocan a examinar respecto al desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes universitarios; muestran que conforme avanzan en sus estudios universitarios ese pensamiento se sigue desarrollando, pero sin lograr un desarrollo total en el quinto semestre universitario.

Hay otra serie de estudios en los que el objetivo es identificar si los estudiantes han aprendido después de diseñar una estrategia didáctica. Zúñiga (2004) aborda el método de mínimos cuadrados para la determinación de la recta de regresión en una colección de datos experimentales con funciones de dos variables en el contexto de la ingeniería; el estudio se sustenta en la teoría de la matemática en el entorno de las ciencias, y emplea la estrategia didáctica de la matemática en contexto; para los análisis cognitivos usa la teoría de Reuven Feuerstein. Hernández (1998) utiliza la metodología de la ingeniería didáctica para desarrollar situaciones de enseñanza-aprendizaje que incluyen el uso de la computadora y versan sobre ecuaciones diferenciales ordinarias; la intención es que el alumno pueda articular los acercamientos numérico, gráfico y algebraico; luego de tres semestres de aplicar estas situaciones didácticas se concluye que sí son posibles estos acercamientos cuando se trabaja con ellos desde el inicio del curso.

El profesor

En este apartado se abordan algunas investigaciones que versan sobre el profesor; en el nivel medio superior la investigación se enfoca a analizar las concepciones que poseen los docentes y los procesos de enseñanza más favorecidos; también se identifican las principales dificultades matemáticas entre los profesores, situación que se ha reportado de manera constante en todos los niveles educativos. En el nivel superior se indaga, sobre todo, acerca de las actitudes, los conocimientos y las estrategias didácticas empleadas por los maestros.

Nivel medio superior. La investigación de Rigo (1994) identifica que hay poco dominio sobre el concepto de continuidad, pues al trabajar con distintos registros de representación de una función caen en contradicciones, lo cual deja en claro que el concepto de función mencionado en Hitt (1995) no se considera estable. El concepto de eventos independientes es muy confuso para los profesores y, en consecuencia, caen en contradicciones cuando lo enseñan (Sánchez, 1996).

Solares y Sandoval (2013) identifican algunos trabajos en los que se analiza la práctica docente con el uso de la tecnología para estudiar escenarios didácticos basados en la resolución de problemas, como es el caso de Santos-Trigo (2008), quien en 2010 hace una propuesta de enseñanza con la resolución de problemas y uso de tecnología digital.

Nivel superior. Mediante ejercicios de desigualdades de forma geométrica y una calculadora graficadora, Rivera (1996) encuentra que los profesores no se adaptan de inmediato a la tecnología. Camarena (2004) indaga sobre las características de los “buenos maestros” que imparten clase en el nivel universitario, donde la matemática no es una meta por sí misma, y afirma que los “buenos maestros” son matemáticos de formación que imparten clases de matemáticas, y cuyo interés por el aprendizaje de sus alumnos es una característica fundamental. Oktac y Chargoy (2000) afirman que para tener la concepción de base de un espacio vectorial el individuo debe transitar por los diferentes modos del pensamiento que establece Sierpinska, se diseña una secuencia de actividades para averiguar si los profesores pueden transitar por esos modos de pensamiento, pero se verifica que no es así.

En otros estudios se expone a los docentes a situaciones particulares para provocar una reflexión sobre su práctica, a fin de que incorporen eventos contextualizados en su didáctica. En el tema de funciones continuas no diferenciables Santos-Trigo (1995) da seguimiento al desarrollo de un curso donde el profesor pretende incorporar la estrategia de resolución de problemas, con apoyo de Cabri Geometre, mas asegura que si bien el profesor fue instruido para esa tarea no tiene consistencia en la actividad, y concluye que al profesor le toma tiempo conceptualizar y aceptar cambios en su práctica docente cotidiana. Gibert *et al.* (2010) investigan la motivación de los profesores para un cambio en su práctica docente, para lo cual hacen vivir a los profesores la estrategia didáctica de la matemática en contexto para el caso de la distribución normal, encontrándose que se cumplen los indicadores de motivación para los maestros en estudio.

Entre las investigaciones que incluyen estrategias didácticas destaca la de Cervantes *et al.* (2008), quienes diseñan una técnica de enseñanza para el concepto de derivada con base en la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias y con un enfoque hacia la modelación. Miranda (1996) toma en cuenta las ideas y problemas que dan origen a la transformada de Laplace y con ello construye una propuesta didáctica. Moreno (1999) se ocupa de

analizar en situación escolar si un escenario físico geométrico simulado por computadora permite superar obstáculos epistemológicos como el principio de permanencia de Leibniz, y estudia si esta simulación apoya a la construcción en los estudiantes de la convergencia de nociones sobre series trigonométricas; se reporta que el escenario permitió la interacción de los marcos gráfico y algebraico y asociar nociones de convergencia, derivabilidad y discontinuidad.

Camarena (1995) lleva a cabo una investigación con la didáctica de la matemática en contexto: se imparte a los alumnos un curso de ecuaciones diferenciales lineales en el contexto de los circuitos eléctricos, y al siguiente semestre un curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas; luego se realiza el seguimiento de estos estudiantes a lo largo de los tres semestres posteriores a los cursos de experimentación, observándose que la forma de trabajar los cursos propios de la ingeniería es con destrezas matemáticas inherentes a la ingeniería, con seguridad de sí mismos y con mejores calificaciones en las asignaturas de la ingeniería que requerían de los temas estudiados, una situación inusual con los cursos tradicionales de matemáticas. Farfán y Lezama (2001) estudian el fenómeno que se presenta cuando una situación didáctica es puesta en diferentes escenarios y por distintos profesores; comentan la necesidad de conocer los elementos que intervienen para poder reproducir la misma circunstancia en cada caso y puedan establecerse comparaciones.

Los investigadores en la línea de resolución de problemas, entre los que destaca Santos-Trigo (2000), han realizado estudios que tratan de apoyar la práctica docente del profesor, y muestran los elementos teóricos que intervienen en la resolución de problemas, como la cognición, las creencias, la metacognición y las heurísticas. Santos-Trigo (1998) describe que una dificultad al incorporar la resolución de problemas en clase es construir problemas y las actividades instruccionales para su aplicación; el autor muestra una estrategia para la elaboración de problemas a partir de la visión retrospectiva planteada por Polya respecto a la solución de los problemas: que explícitamente el alumno se plantee preguntas y dilemas que generen una discusión abierta de argumentos y explicaciones que pongan en perspectiva sus conocimientos, o sea, que problematice su propio aprendizaje.

El contenido

Se abordan aquí algunas de las investigaciones que versan sobre el contenido a enseñar y a ser aprendido. En el nivel medio superior este tema es el que

menos se ha investigado, pues la mayor cantidad de estudios corresponde al nivel superior. En este ámbito educativo los objetivos que con más frecuencia se persiguen están relacionados con la posibilidad de conocer cómo nacen determinados objetos matemáticos, pues conocer la génesis de los conceptos y objetos matemáticos ofrece elementos para el diseño de estrategias didácticas con contextos reales, evitando así presentar un conocimiento acabado.

Nivel medio superior. Entre las investigaciones de esta línea de trabajo se localiza la de Riestra (1998), quien analiza el papel que las *cantidades relativas* juegan en nociones fundamentales de aritmética, geometría y cálculo diferencial, vínculo que debe ser estudiado y conocido por los docentes. Moreno (1998) realiza un interesante trabajo de carácter histórico para determinar las diferentes concepciones epistemológicas del espacio geométrico.

Nivel superior. Waldegg (1993) analiza los pasajes en que Aristóteles discute la naturaleza del infinito matemático y su existencia o inexistencia, tras considerar que para ese filósofo los objetos matemáticos derivan por abstracción de los objetos sensibles; así resalta la posición realista empirista de la epistemología aristotélica. Camarena (2001) determina un constructo de orden epistemológico: menciona que cuando un contenido de saber está destinado a utilizarse en la ingeniería, sufre a partir de entonces un conjunto de adaptaciones que le permitan encajar en las aplicaciones para esa ingeniería, y se le llama *saber de aplicación*. Así, el saber didáctico se extrae del dominio escolar para insertarse en el ámbito de la ingeniería, convirtiéndose en saber de aplicación; al conjunto de las transformaciones que sufre un saber para pasar del saber a enseñar al saber de aplicación se le denomina *transposición contextualizada*. Considera interesante ver que así como existe la transposición didáctica –cuya intencionalidad es la de enseñanza y transforma el saber científico en saber a enseñar–, también existe la transposición contextualizada, cuya intencionalidad es de aplicación en la ingeniería y modifica este saber a enseñar a un saber de aplicación.

Cordero y Muñoz (1994) analizan el desarrollo epistemológico de la integral para determinar la simbiosis algoritmo y concepto. Mientras que Oktaç *et al.* (2007) estudian el contenido matemático de cuatro tesis de maestría en ingeniería a partir del pensamiento teórico y práctico de Sierpinski y la transposición contextualizada de Camarena; los investigadores encontraron que la contribución de la matemática se da principalmente por medio de la

optimización. Muro *et al.* (2002) trabajan con el proceso metodológico de contextualización de la teoría de la matemática en el entorno de las ciencias, describen la vinculación de las series de Fourier en el fenómeno de transferencia de masa e identifican cómo se reconceptualiza este fenómeno de la química con la ayuda de la matemática.

Cantoral y Castañeda (2001) llevan a cabo un estudio sobre el punto de inflexión, a partir de los trabajos de L'Hopital y Agnesi, y afirman que ambos incluyeron ejemplos de manera sistemática, con la intención de ampliar las explicaciones.

Ulín (2001) extiende el trabajo de Riestra mediante un análisis de textos antiguos sobre cálculo de una y varias variables, y determina la injerencia de las cantidades relativas en el origen de estos temas; concluye con la demostración del teorema fundamental de cálculo en términos de cantidades relativas. Rivera (1998) rescata la representatividad de polinomios en diversas variables, no negativos, como suma de cuadrados de polinomios, para contar con una versión que no sea tan sofisticada para los alumnos de carreras de matemáticas, pues la presentada casi siempre, la de Hilbert, se basa en curvas algebraicas que no les son accesibles. Camarena (2001) encuentra que las distribuciones de Schwartz no son el único sustento teórico para las funciones generalizadas; menciona, por ejemplo, los modelos infinitesimales y las sucesiones de Mikusinski, para concluir que hay cuatro posibles alternativas didácticas para impartir las funciones generalizadas, en particular la delta de Dirac, y todas ellas están correlacionadas con los sustentos teóricos de dichas funciones. La modelación matemática en ingeniería es abordada por Camarena (2009 y 2010), quien clasifica y caracteriza los modelos matemáticos; además determina los elementos cognitivos y habilidades del pensamiento presentes durante la modelación matemática. Por su lado, Mochón (1997) señala que los modelos matemáticos ayudan a entender mejor los fenómenos que describen, y desarrolla la intuición sobre su funcionamiento, además de servir para predecir lo que pasaría en la situación real.

Desde la perspectiva del desarrollo curricular, llama la atención que solamente una persona realiza investigación en esa área. Camarena (1999) despliega la metodología Dipcing para diseñar programas de estudio de matemáticas en profesiones universitarias, y que se compone de tres etapas: *a)* la central se aboca a analizar los contenidos matemáticos, explícitos e implícitos, en los cursos de la carrera en estudio; *b)* la precedente, a través de la cual se diagnostica el nivel de conocimientos de matemáticas que tienen los

alumnos a su ingreso a la universidad; *c*) la consecuente, donde se encuesta a egresados sobre el uso que dan a la matemática en su labor profesional. Con Dipcing se define la vinculación curricular interna; la relación entre la matemática y los demás cursos de la ingeniería; la vinculación curricular matemática externa entre el nivel superior y el nivel medio superior, el nivel superior con el nivel de posgrado y el nivel superior con la industria.

Para cerrar este apartado, es importante mencionar la existencia de dos corrientes teóricas gestadas en México desde la década de 1980, además de otra postura desarrollada a principios del presente siglo. Una de las corrientes es el trabajo de Imaz, quien propone tratar en el salón de clases al cálculo y en general al análisis matemáticos desde el campo de los hiperreales como alternativa didáctica, ya que esto es más cercano a la realidad de los fenómenos que se tienen que matematizar. La segunda es la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias, construida por Camarena desde 1982, la cual persigue una *matemática social* y mira al ambiente de aprendizaje como un sistema complejo de tipo social, económico, político, cultural y psicológico, donde intervienen las cinco fases de la teoría: curricular, cognitiva, didáctica, epistemológica y docente, todas interactuando entre sí. La postura desarrollada desde principios de la década pasada, es la que han llamado aproximación socio-epistemológica coordinada por Cantoral.

Imaz (1998) realiza un cambio en la estructura del análisis matemático, con la finalidad de presentar una matemática acorde a las necesidades de las ciencias que requieren cantidades infinitamente pequeñas para su modelado, y que la matemática tradicional no proporciona. Imaz (1996, 1998) indica que trabajar con los hiperreales hace que se retome el camino de los infinitos e infinitesimales; la matemática tomó en cuenta a los infinitesimales desde antes de Newton y Leibniz, mas los fue abandonando conforme se formalizó esta disciplina. Además, en los cursos de física se continúan utilizando las cantidades infinitesimales, sin importar que las asignaturas de matemáticas las ignoren.

La teoría de la matemática en el contexto de las ciencias reflexiona sobre la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, entre la matemática y las futuras situaciones profesionales y laborales del estudiante, así como entre la matemática y las actividades de la vida cotidiana, para llevar una matemática contextualizada al salón de clases (Camarena, 1984, 1999). Como teoría, en cada una de sus fases se incluye una metodología con fundamento teórico acorde a los paradigmas en que se sustenta; ahí se guían los pasos para el diseño curricular, se describe la

didáctica de la matemática en contexto a seguir, se explica el funcionamiento cognitivo de los alumnos y se proporcionan elementos epistemológicos acerca de los saberes matemáticos vinculados a las actividades de los profesionistas, entre otros. Además incluye constructos teóricos como la transposición contextualizada, eventos contextualizados y una matemática con carácter social (Camarena, 2013c).

La aproximación socio-epistemológica incorpora cuatro componentes: la epistemológica, la sociocultural, la cognitiva y la de la transmisión del conocimiento por medio de la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003). En esta aproximación, Cantoral *et al.* (2006) consideran a la noción de práctica social en la construcción de conocimiento matemático como elemento central de la aproximación socio-epistemológica, y se define práctica social como el conjunto de acciones de medir, comparar, observar y predecir que guían el desarrollo de las actividades de aprendizaje de los estudiantes.

CONCLUSIONES Y FUTURO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Es un deseo generalizado que la investigación educativa contribuya a resolver y mejorar la práctica docente; también que proponga transformaciones en la política educativa. Todo tipo de cambio educativo deberá ser fundamentado y habrá de contar con una evaluación que evidencie la necesidad del mismo. Es por ello que, teóricamente, la investigación educativa va de la mano con la actividad docente y con las modificaciones curriculares. En el caso de la educación matemática esta mancuerna se debe mantener para lograr avances significativos en esta área del conocimiento.

De acuerdo con lo señalado aquí, la práctica docente en educación matemática para nivel medio superior tiende a tomar en cuenta enfoques como la resolución de problemas; se trata de investigaciones que inciden en la dirección descrita, y que de hecho proponen la asociación entre la resolución de problemas y el uso de tecnología como mediadora en el aprendizaje.

De igual forma, hay una tendencia al trabajo en equipo en el aula y a la aplicación de rúbricas para la evaluación. Sin embargo, se carece de investigaciones que estudien estos aspectos, lo cual representa un área de oportunidad para los investigadores en educación matemática.

En relación con el nivel superior, las instituciones promulgan el uso de la tecnología como mediador en el aprendizaje y el diseño de cursos de ma-

temáticas en línea, en particular para llegar a una mayor población. Además, con estos cursos el estudiante puede aprender a su propio ritmo vital y de compromisos laborales. Los investigadores en educación matemática han dado poca importancia a estos hechos, de ahí que falten líneas de trabajo o en esta dirección, sobre todo para incorporar de forma eficiente la tecnología al aula.

Otro punto importante en los lineamientos universitarios es el desarrollo de competencias matemáticas en función de lo indicado por la Secretaría de Educación Pública. Sin embargo, solamente una investigadora ha tomado en cuenta esta concepción para desarrollar su línea de trabajo sobre competencias matemáticas, por lo cual se identifica otra área para ser explorada por los investigadores en educación matemática.

En cuanto a la vinculación de la matemática con otras áreas del conocimiento, es decir, trabajar con una matemática contextualizada, es una temática que ha investigado Camarena desde 1982; se trata de un área que tiene bastantes investigaciones sustentadas en la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias. Es más, se identifica cómo se ha incrementado el número de investigaciones que aun cuando no emplean la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias, sí trabajan con una matemática contextualizada; dicho de otra forma, hay sensibilización por parte de los investigadores en educación matemática en el nivel superior por establecer la relación entre la matemática y otras ciencias. Sin embargo, emplear la matemática en contexto en la práctica docente representa un trabajo adicional para los profesores, en la medida en que esa teoría no ha sido incorporada de forma institucional en el sistema educativo. Las instancias responsables de impulsar esta acción requieren elaborar un programa específico que incluya estímulos y formación docente, entre otros, a fin de incorporar la didáctica del contexto en el nivel superior.

En cuanto a la investigación en educación matemática, lo aquí presentado no es exhaustivo, aun cuando sí se considera representativo de lo que acontece en esa línea de trabajo. Se observa que en el nivel medio superior el tema relacionado con los estudiantes cobra más fuerza, mientras en el nivel superior la investigación que gira sobre contenidos curriculares tiene más peso. Al margen de la insuficiencia en investigación ya mencionada, lo cierto es que hay huecos por llenar en la agenda de investigación.

Se han identificado deficiencias matemáticas en los docentes que son transmitidas a sus estudiantes, lo cual representa un elemento fundamental

para investigar sobre el diseño de los programas de formación y actualización docente.

Se requieren trabajos de investigación para desarrollar, de manera fundamentada, materiales de apoyo didáctico a partir de la tecnología digital, además de diseñar cursos en línea o estudios en la modalidad virtual.

Las investigaciones en el nivel superior están dedicadas, en primer lugar, al tema de cálculo diferencial e integral de una variable real, situación que invita a los investigadores a abordar otros tópicos de este nivel educativo.

La mayoría de investigaciones son realizadas por más de un autor, situación que en primera instancia hace pensar que se trata de investigaciones conjuntas por colaboración entre instituciones. Después de indagar sobre el particular, se identifica que se trata del tesista y su asesor de tesis, y sólo algunos de esos trabajos corresponden a investigación interinstitucional; no se debe olvidar que la actual globalización demanda trabajo interinstitucional a escala internacional en todas las esferas de acción.

El futuro de la educación matemática en México, tanto para el bachillerato como para el nivel superior se infiere de las tendencias y deficiencias identificadas en las diversas investigaciones ya señaladas, así como de las políticas educativas vigentes en el país. Entre éstas se observan tres grandes temas que deberán ser abordados por instituciones, investigadores y docentes: 1) la incorporación de la tecnología electrónica como mediadora del aprendizaje en el ambiente de clases; 2) la inclusión de la estrategia didáctica de la matemática en contexto (la cual gira sobre la modelación matemática), con el propósito de que el estudiante le vea sentido a la matemática que estudia, para que se pueda motivar hacia su aprendizaje y con ello construya su conocimiento; 3) las competencias matemáticas concebidas en función de lo establecido por la SEP, esto es: “Una competencia es la capacidad de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones, con buen juicio, a su debido tiempo, para definir y solucionar verdaderos problemas”.

En los temas 1) y 2), uso de la tecnología electrónica y una matemática contextualizada, se han desarrollado algunas investigaciones –de manera particular en el nivel bachillerato– sobre el uso de la tecnología; y sobre la matemática en contexto en el nivel universitario. No obstante, se debe impulsar con más ímpetu la disposición política de las autoridades educativas, a fin de que estas investigaciones sean tomadas en cuenta en las prácticas docentes. En relación con el tema 3), las competencias matemáticas, éste representa un terreno fértil para la investigación en educación matemática,

muy poco se ha trabajado en ese sentido. En consecuencia, la indagación deberá partir de la adecuada concepción del término competencias que habrá de tomarse en cuenta, pues al ser un concepto polisémico incluye diversas perspectivas, que van desde desarrollos simplistas y conductistas, hasta posturas constructivistas y humanísticas, como puede verse en la matemática social de Camarena (2013c).

En consecuencia, el futuro necesario e inmediato en materia de investigación en educación matemática en México deberá estar integrado por líneas de trabajo que permitan a los profesores incorporar en su práctica docente las políticas educativas gestionadas por el Estado.

REFERENCIAS

- Aguayo, R. L. (2003). Investigaciones sobre el nivel medio superior. En Ángel D. López y Mota (coord.), *Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos*, I, *El campo de la educación matemática* (pp. 221-274). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa (La investigación educativa en México, 1992-2002).
- Alatorre, S. (1999). Adults' intuitive answers to probability problems: a methodology. En F. Hitt y M. Santos (eds). *Proceedings of the 21st Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematical Education* (pp. 451-457). Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, I.
- Arteaga, C. y Santos-Trigo, M. (1999). Student's understanding of graphical and symbolic representations of functions and its relationships. En Fernando Hitt y Manuel Santos (eds). *Proceedings of the 21st Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematical Education* (pp. 524-529). Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, II.
- Balderas, C. P. (2000). Visualizing rates of change for water trajectory: case study with pre calculus and under graduate students. En M. L. Fernández (ed.). *Proceedings of the Twenty-Second Annual Meeting. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA)*. Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 98.
- Camarena, G. P. (1984). El currículo de las matemáticas en ingeniería. En *Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN*, México: IPN.
- Camarena, G. P. (1995). La matemática en el contexto de las ciencias: las competencias profesionales. Reporte de investigación. Núm. registro CGPI-IPN-20040434, México: ESIME-IPN.

- Camarena, G. P. (1999). Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería. Reporte de investigación. Núm. registro CGPI-IPN-990413, ESIME-IPN.
- Camarena, G. P. (2001). *Las funciones generalizadas en ingeniería: construcción de una alternativa didáctica*. México: ANUIES (Biblioteca de la Educación Superior, Serie Investigaciones).
- Camarena, G. P. (2003). Investigación educativa en matemáticas del nivel superior. En Ángel D. López y Mota (coord.), *Saberes científicos, humanísticos y tecnológicos*, I, *El campo de la educación matemática* (pp. 275-338). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa (La investigación educativa en México, 1992-2002).
- Camarena, G. P. (2004). La formación de los profesores de las ciencias básicas en el nivel superior. *Científica*, 8(1), 35-45.
- Camarena, G. P. (2009). Mathematical models in the context of sciences. En Morten Blomhøj y Susana Carreira (eds.). *Mathematical Applications and Modelling in the Teaching and Learning of Mathematics. Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical Education* (pp. 117-131). Roskilde: Roskilde University (IMFUFA tekst, 461).
- Camarena, G. P. (2010). La modelación matemática en la formación del ingeniero. Disponible en: *Mathématiques pour ingénieur et sciences humaines* <http://www.m2real.org/spip.php?article152&lang=fr>.
- Camarena, G. P. (2013a). Investigaciones educativas en matemáticas en el nivel de educación superior. *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México* (pp. 95-110). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa (Estados del Conocimiento 2002-2011).
- Camarena, G. P. (2013b). El conocimiento de las ciencias básicas en profesores de ingeniería. En A. Carrillo, Ha. Ontiveros y T. Ceceña (eds). *Formación docente: un análisis desde la práctica* (pp. 212-249). México: Red Durango de Investigadores Educativos, A. C.
- Camarena, G. P. (2013c). A 30 años de la teoría educativa: matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa*, 13(62), 17-44.
- Cantoral, R. y Castañeda, A. (2001). Estudio didáctico del punto de inflexión, una aproximación socio-epistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 14, 370-377.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez, S. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial, pp. 83-102.

- Cervantes, S. M. y Camarena, G. P. (2008). La derivada con la matemática en contexto y el enfoque hacia la modelación. *Científica*, 12(4), 167-173.
- Cooley, L., Trigueros, Ma., Baker, B. (2007). Schema the matization a framework and an example. *Journal for Researching Mathematics Education*, 38(4), 370-392.
- Cordero, F. y Muñoz, G. (1994). About symbiosis between notion and algorithm in integral calculus. En *Proceedings of 18 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Cuesta, B. A., Deulofeu, P. J., Méndez S., M. A. (2010). Análisis del proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo de una función en estudiantes de economía. *Revista Educación Matemática*, 22(3), 5-21.
- De León, S. J. (1996). Comprensión de la idea de ley de los grandes números en estudiantes del nivel superior. En *Memorias de la X Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa* (pp. 503-508). San Juan: Universidad de Puerto Rico.
- Eudave, M. D. (2007). El aprendizaje de la estadística en estudiantes universitarios de profesiones no matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 19(2), 41-66.
- Farfán, R. y Lezama, J. (2001). Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (14), 546-551.
- Fillooy, E. y Rubio, G. (1993). Didactic models, cognition and competence in the solution of arithmetic and algebra word problems. En H. Ichiei, S. Keiichi and L. Fou-Lai (eds.). *Proceedings of the Seventeenth International Conference of the Group of Mathematics Education* (pp. 154-161). Inakari: University of Tsukuba. 1.
- Gibert, D. R. y Camarena, G. P. (2010). La motivación del docente ante la matemática en contexto. *Científica*, 14(3), 107-113.
- Hernández, R. A. (1998). Una propuesta y un estudio experimental sobre la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 329-342). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Hitt, F. (1995). Intuición primera versus pensamiento analítico: dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real. *Educación Matemática*, 7(1), 63-75.
- Imaz, J. C. (1996). Una alternativa teórica del cálculo. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II*, México: Grupo Editorial Iberoamérica, 17-26.
- Imaz, J. C. (1998). Breve teoría infinitesimalista de las ecuaciones diferenciales. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 363-367). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Mercado, M. (2004). *Del descubrimiento de resultados geométricos en un ambiente de geometría dinámica a la formulación de conjeturas y su prueba: un estudio con alumnos de bachillerato*. Tesis en matemática educativa, Cinvestav-IPN, México.

- Miranda, M. E. (1996). Génesis y desarrollo de la transformada de Laplace. *Memorias de la X Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa* (pp. 329-334). San Juan: Universidad de Puerto Rico.
- Mochón, S. y Godínez, J. (1996). Un estudio sobre los métodos que utilizan los estudiantes universitarios para modelar situaciones reales. *Memorias de la X Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa* (pp. 305-310). San Juan: Universidad de Puerto Rico.
- Mochón, S. (1997). Modelos matemáticos para todos los niveles. *Actas de la Undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp.42-45). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Moreno, A. T. (1999). Software tutorial para el curso de programación lineal en la especialidad de economía de la Escuela Superior de Ciencias Sociales. *Memorias del XV Congreso Nacional de Enseñanza de las Matemáticas*, México: ANPM/ENSEM, 36.
- Moreno, A. L. (1998). La construcción del espacio geométrico. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 157-171). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Muro, U. C. R. y Camarena, G. P. (2002). La serie de Fourier en el contexto del proceso de transferencia de masa. *Científica*, 6(4), 159-163.
- Muro, U. C. R. (2004). *Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa*. Tesis doctoral en ciencias en educación matemática. Cinsvestav-IPN, México.
- Muro, U. C. R., Camarena, G. P. y Flores, R. C. (2007). Alcances de la teoría de Vergnaud en la representación de un problema complejo de ingeniería. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 10(3), 401-419.
- Ocampo, B. F., Camarena, G. P. y De Luna, R. (2011). Los desafíos de las instituciones de educación superior de México en la sociedad del conocimiento. *Revista Innovación Educativa*, 11(57), 207-213.
- OCDE (2014). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. Recuperado en agosto del 2014 de <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- Okaç, A. y Chargoy, E. R. (2000). Modos de pensamiento sintético y analítico, el caso de la base de un espacio vectorial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (13), 163-171.
- Okaç, A. y Romo, A. (2007). Herramienta metodológica para el análisis de los conceptos matemáticos en el ejercicio de la ingeniería. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 10(1), 117-143.

- Rico Romero, L. (2009). Evaluación de competencias matemáticas, Proyecto PISA-OCDE 2003. En Encarnación Castro y Enrique de la Torre (eds.). *Actas del VIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, A Coruña: Universidad da Coruña, s/p.
- Riestra, V. J. (1998). Las cantidades relativas y su relevancia en el cálculo. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 67-102). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Rigo, M. (1994). Elementos históricos y psicogenéticos en la construcción del continuo matemático. *Educación Matemática*, 6(1), 19-31.
- Rivera, D. A. (1996). *Acerca de la relación entre el saber y los efectos de la tecnología, una investigación con profesores sobre sus actitudes y creencias*. Tesis de maestría en ciencias con especialidad en matemática educativa. Cinvestav-IPN, México.
- Rivera, F. A. (1998). Sobre la representabilidad de los polinomios en varias variables, no negativos, como sumas de cuadrados de polinomios. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 133-156). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Salinas, J. (2008) *Estudio sobre la identificación de propiedades y relaciones geométricas en ambientes de regla y compás y de geometría dinámica con estudiantes de bachillerato*. Tesis no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Sánchez, E. (1996). Dificultades en la comprensión del concepto de evento independiente. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 389-404). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Sandoval, I. (2005) *Estrategias argumentativas en la resolución de problemas geométricos en un ambiente dinámico*. Tesis no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Sandoval, I. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación Matemática*, 21(1), 5-27.
- Santos-Trigo, M. (1995). A college instructor's attempt to implement mathematical problem solving instruction. En Luciano Meira y David Carraher (eds.). *Proceedings of the 19th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 194-201). Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2.
- Santos-Trigo, M. (1998). Problematizar el estudio de las matemáticas, un aspecto esencial en la organización del currículum y en el aprendizaje de los estudiantes. En F. Hitt (ed.). *Investigaciones en matemática educativa II* (pp. 425-443). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Santos-Trigo, M. (2000). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 31-46). México: Grupo Editorial Iberoamérica (Serie Didáctica, lecturas).

- Santos-Trigo, M. (2008). On the Use of Technology to Represent and Explore Mathematical Objects or Problems Dynamically. *Mathematics and Computer Education*, 42 (2), 123-139.
- Santos-Trigo, M. (2010). A Mathematical Problem Solving Approach to Identify and Explore Instructional Routes Based On the Use of Computational Tools. En J. Yamamoto, J. Kush, R. Lombard, J. Hertzog, (eds.). *Technology Implementation and Teacher Education: Reflective Models* (pp. 269-313). Hershey: IGI Global.
- Santos-Trigo, M. y Rivera, A. (2010). Prospective mathematics education student´s answers to basic mathematical questions. *Far East Journal of Mathematical Education*, 4(2), 117-140.
- SEMS (2008). Acuerdo número 442 por el que se establece el Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad. *Diario Oficial*, 28 de noviembre. Disponible en http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/10905/1/images/Acuerdo_numero_442_establece_SNB.pdf
- SEMS (2014). SNM-Sistema Nacional de Bachillerato. Recuperado de http://www.sems.gob.mx/es_mx/sems/sistema_nacional_de_bachillerato en agosto de 2014.
- SEP-PSE (2013). Programa Sectorial de Educación 2013-2018. Secretaría de Educación Pública.
- Solares, A. y Sandoval, I. (2013). Investigaciones sobre educación media superior. En: *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México* (pp. 77-93). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa (Estados del Conocimiento 2002-2011).
- Trejo, T. E. y Camarena, G. P. (2011a). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia. *Revista Educación Matemática*, 23(2), 65-90.
- Ulín, J. C. (2001). *Un estudio del papel de las cantidades relativas en el origen y desarrollo de los conceptos fundamentales del cálculo*. Tesis doctoral en Ciencias con especialidad en matemática educativa. México: Cinvestav-IPN.
- Ursini, S. y Trigueros, M. (2006). ¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? *Revista Educación Matemática*, 18(3), 5-38.
- Waldegg, G. (1993). El infinito en la obra aristotélica. *Revista Educación Matemática*, 5(3), 20-38.
- Zúñiga, S. L. (2004). *Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del concepto de función de dos variables y la derivada parcial en el contexto de la ingeniería*. Tesis doctoral en ciencias en educación matemática. México: Cinvestav-IPN.