

La educación matemática en el siglo XXI

La educación matemática en el siglo XXI

Xicoténcatl Martínez Ruiz / Patricia Camarena Gallardo
COORDINADORES



COLECCIÓN PAIDEIA SIGLO XXI



La educación matemática en el siglo XXI

Xicoténcatl Martínez Ruiz y Patricia Camarena Gallardo, coordinadores

Primera edición 2015

D.R. ©2015 Instituto Politécnico Nacional

Av. Luis Enrique Erro s/n

Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Zacatenco,

Del. Gustavo A. Madero, C. P. 07738, México, D. F.

Libro formato pdf elaborado por:

Coordinación Editorial de la Secretaría Académica

Secretaría Académica, 1er. Piso,

Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”

Zacatenco, Del. Gustavo A. Madero, C.P. 07738

Diseño y formación: Quinta del Agua Ediciones, S.A. de C.V. Cuidado
de la edición: Héctor Siever

ISBN: 978-607-414-497-0

Impreso en México / Printed in Mexico

Índice

Una nota de agradecimiento	9
Introducción. Matemática, futuro e imaginación <i>Xicoténcatl Martínez Ruiz</i>	11
BRASIL	
Educación matemática en Brasil: proyectos y propósitos <i>Maria Salett Biembengut</i>	19
CHILE	
Una visión acerca de la educación matemática en Chile: cómo caracterizar su presente, los principales hitos del proceso de llegar allí y cómo pensar el futuro <i>Fidel Oteiza Morra</i>	41
COSTA RICA	
Costa Rica: una reforma radical en la educación matemática <i>Ángel Ruiz</i>	67
ESPAÑA	
La educación matemática en España <i>José Luis Lupiáñez, Luis Rico Romero, Isidoro Segovia y Juan Francisco Ruiz-Hidalgo</i>	99
MÉXICO	
Uso coordinado de tecnologías digitales y competencias esenciales en la educación matemática del siglo XXI <i>Manuel Santos Trigo</i>	133

El aprendizaje de la geometría en el siglo XXI: tres teoremas básicos sobre la línea recta y su demostración <i>Mario García Juárez</i>	155
Educación matemática en México: investigación y práctica docente <i>Patricia Camarena Gallardo</i>	191
2036: una filosofía prospectiva de la educación matemática <i>Xicoténcatl Martínez Ruiz</i>	217
La toma de decisiones durante una clase de matemáticas <i>Miguel Ángel Parra Álvarez</i>	233
PERÚ	
Educación matemática en el Perú: avances y perspectivas <i>Jesús Victoria Flores Salazar y Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre</i>	257
PUERTO RICO	
Una aproximación a la matemática educativa en Puerto Rico <i>Orlando Planchart Márquez</i>	279
VENEZUELA	
Perspectivas de la educación matemática en Venezuela para el siglo XXI <i>Yolanda Serres</i>	297
CONCLUSIONES	
La educación matemática en el siglo XXI: conclusiones del presente y futuro <i>Patricia Camarena Gallardo</i>	319
Acerca de los autores	342
Acerca de los profesores entrevistados	349



España

La educación matemática en España

José Luis Lupiáñez

Luis Rico Romero

Isidoro Segovia

Juan Francisco Ruiz-Hidalgo

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA,
UNIVERSIDAD DE GRANADA

La educación matemática constituye en la actualidad un campo profesional y de indagación con repercusión y reconocimiento internacional. Para analizar la educación matemática en nuestro país identificaremos con claridad qué pretendemos abordar, cuál es nuestro objeto de estudio. La pluralidad de significados atribuidos a este campo de estudio y el uso de términos diferentes en distintos países para expresar esta misma idea, motivan la necesidad de concretar el significado del concepto.

Siguiendo a Rico, Castro y Sierra (2000: 353-354), consideramos tres sentidos diferentes para educación matemática. Estos sentidos aportan, singularmente, una herramienta analítica de reflexión y estudio y, en conjunto, un modo de considerar una ciencia clave en el desarrollo del ser humano y de la herencia cultural de las sociedades, que forma parte de la educación básica en todos los países.

En primer lugar, consideramos la educación matemática como el conjunto de conceptos, destrezas, competencias, convenciones, actitudes y valores matemáticos que se transmiten por medio del sistema escolar y cuya finalidad es organizar y estructurar el conocimiento matemático. Hablaremos en este caso de educación matemática escolar. En segundo lugar, identificamos educación matemática con la labor social que desarrolla un grupo de profesionales cualificados y que incluye la cualificación y la formación del profesorado, sobre la que también reflexionamos en el panorama español. En tercer lugar, consideramos la educación matemática como disciplina científica, a la que nos referiremos como didáctica de la matemática. Es en este ámbito en el que situamos la investigación, que también analizamos en este capítulo.

La caracterización de cada uno de estos sentidos en España requiere, en primer lugar, de la descripción de su contextualización y su desarrollo históricos, pues, en su mayor parte, los cambios educativos que se vienen sucediendo en nuestro país en los últimos años constituyen un claro reflejo de los cambios sociales, políticos, económicos y culturales de la sociedad española (Rico y Lupiáñez, 2008). En segundo lugar, precisa del análisis crítico de su estado actual, pues identificaremos así los principales logros alcanzados (Rico, 2013). En tercer lugar, también requiere la clarificación reflexiva de los retos que debe perseguir y que permite orientar las prioridades en la labor de los legisladores, los gestores educativos y la comunidad de educadores matemáticos, como mostramos en las conclusiones de este trabajo.

Este es el esquema conceptual con el que caracterizaremos la educación matemática en España. El capítulo se organiza en cuatro partes. La primera se centra en la educación matemática escolar, la segunda en la formación de profesores y la tercera en la investigación en didáctica de la matemática. Finalmente, en la cuarta, aportamos una serie de conclusiones que han surgido con motivo del trabajo realizado.

LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA ESCOLAR

Las leyes educativas, que son parte importante en el desarrollo de cualquier país, han tratado de mejorar el funcionamiento del sistema educativo como servicio público accesible a todos los ciudadanos (Rico y Lupiáñez, 2008). Históricamente, cada reforma educativa que se ha implantado en España ha incorporado cambios con el propósito de que la escuela proporcione un entrenamiento intelectual, social y profesionalmente útil a los escolares y les prepare para participar de la cultura y formar parte la sociedad de cada momento (Castro-Rodríguez *et al.*, en prensa). Desde 1945 se han implantado cinco reformas educativas, cada una ha incorporado cambios e innovaciones y ha promovido un desarrollo curricular. Así, las reformas que comenzaron en 2006 (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006) y la actual de 2013 (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013), adaptan el currículo oficial de la educación obligatoria española a un sistema de enseñanza y aprendizaje basado en el desarrollo de competencias básicas.

Si queremos describir la situación actual de la educación matemática escolar en España, debemos analizar la formación competencial en esta área,

y para ello recurrimos a dos fuentes de información principales. La primera es el Sistema Estatal de Indicadores de la Educación (SEIE), que recoge datos de los resultados de las evaluaciones nacionales de diagnóstico de los años 2009 y 2010. La segunda surge de los resultados de nuestros escolares en pruebas de evaluación llevadas a cabo por organismos internacionales en 2011 y 2012. En ambos casos los datos proceden de cada una de las dos etapas obligatorias del sistema educativo español: la educación primaria (de 6 a 12 años) y la educación secundaria obligatoria (de 12 a 16 años).

Resultados educativos en el sistema estatal de indicadores

El SEIE es una síntesis de los datos educativos relevantes en España en un determinado periodo. Su elaboración la inició el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE), creado en 1993 y entre cuyas funciones se estableció la de “elaborar un sistema estatal de indicadores que permita evaluar el grado de eficacia y eficiencia del sistema educativo” (Ministerio de Educación y Ciencia, 1993: 20373). El proyecto se basó “en la convicción de que los indicadores educativos son un instrumento indispensable para describir y conocer la realidad educativa de un país” (INEE, 2008).

En el año 2000 apareció la primera versión del SEIE, que contenía 30 indicadores, con datos bianuales. Posteriormente se han ido incorporando o eliminando indicadores para mejorar los inicialmente elaborados. Esta evolución se refleja en las versiones de 2002, 2004, 2006, 2007, 2009, 2010, 2011, 2012 y la última de 2014, en la que el sistema consta de 17 indicadores (INEE, 2014).

En la actualidad, el SEIE es elaborado por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE). La información procede, principalmente, de las estadísticas educativas que genera la Subdirección General de Estadística y Estudios y, para los datos de estudios internacionales, de las bases de datos de dichos estudios.

Dentro del apartado de resultados educativos, los indicadores que vamos a considerar desde el punto de vista nacional proceden de las pruebas de evaluación de diagnóstico que se realizaron en España en 2009 (INEE, 2011b). Son los referentes a Competencias básicas en cuarto curso de primaria (8-9 años) y competencias básicas en segundo curso de Enseñanza Secundaria Obligatoria (13-14 años). Concretamente, los subindicadores relacionados con la matemática escolar se denominan Competencia Básica en Matemáticas.

Educación primaria. La primera evaluación diagnóstica realizada en España en 2009 evaluó cuatro de las ocho competencias básicas que contempla el sistema educativo español, entre ellas la competencia matemática. Los resultados se agruparon en cuatro tipos:

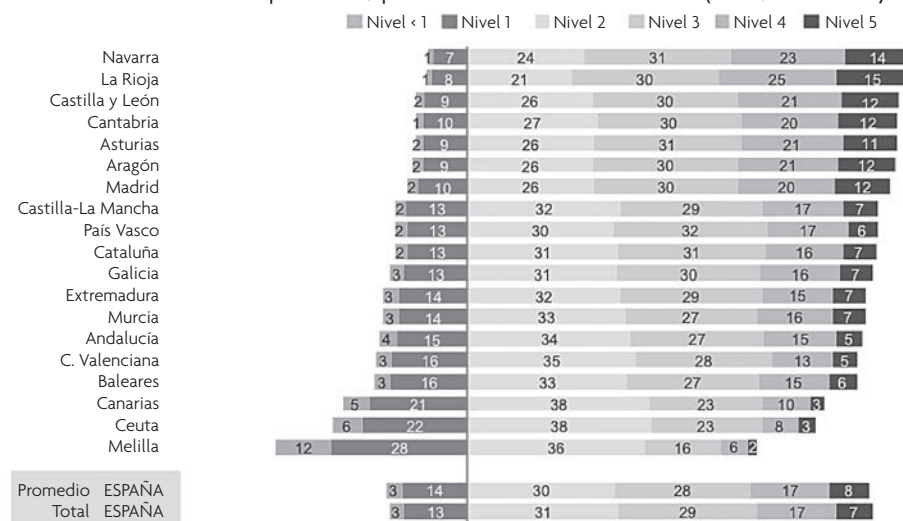
- Resultados globales, calculados en promedio, que proporcionaron información en el conjunto de España y en cada una de las Comunidades Autónomas.
- Variabilidad de los resultados globales.
- Niveles de rendimiento: para organizar las puntuaciones se establecieron cinco niveles de rendimiento: un primer nivel de adquisición de la competencia (bajo); tres niveles de adquisición de la competencia intermedios (intermedio bajo, intermedio central e intermedio alto); y un quinto nivel de adquisición de la competencia (alto). Estos niveles se describieron de acuerdo con los ítems en cada uno de ellos. Además, se incluyó un nivel inferior al primero para aquellos alumnos que no alcanzaron ese grado de competencia.
- Diferencias entre bloques de contenidos, que ofreció información valiosa sobre lo aprendido por los alumnos.

En esos resultados se pusieron de manifiesto el estado global de los estudiantes y los niveles de rendimiento. El promedio de los porcentajes de alumnos de cuarto de Educación Primaria (figura 1) en los niveles más bajos de rendimiento (nivel menor que 1 y nivel 1) fue de 17%; cuatro comunidades autónomas tuvieron porcentajes más altos que la media española de alumnado en estos niveles. El promedio de los porcentajes de alumnos en el nivel más alto de rendimiento (nivel 5) es de 8%; siete comunidades autónomas tuvieron un porcentaje de alumnos superior al promedio español en este nivel (INEE, 2010).

Por bloques de contenidos, (a) Números y operaciones y (b) Medida fueron los que peores resultados obtuvieron; y los mejores correspondieron a (a) Geometría y (b) Tratamiento de la información, azar y probabilidad, pues la mayoría de los ítems que componen esta dimensión fueron de dificultad baja (INEE, 2010).

Los resultados de los alumnos se relacionaron con factores como la titularidad de los centros, el índice socioeconómico y cultural de los alumnos y los centros, el nivel de estudios de los padres o el sexo. Por ejemplo, la titularidad del centro fue importante, puesto que los alumnos de los centros

Figura 1. Porcentajes de alumnos por niveles de rendimiento en competencia matemática en 4º de primaria, por comunidad autónoma (INEE, 2011b: 57).



privados tuvieron mejores resultados que quienes acuden a centros públicos (520 puntos los privados frente a 490 los públicos). Estos resultados se matizaron, e incluso se invirtieron, al hacerse correcciones referentes a los niveles social, económico y cultural de las familias y de los centros (501 puntos los privados frente a 505 los públicos). Otros factores que marcaron importantes diferencias fueron el nivel de estudios de los padres (los resultados crecen proporcionalmente al nivel de estudios de los padres); el número de libros de los que se dispone en casa (los alumnos que tienen entre 0 y 10 libros en casa obtienen un promedio de 445 puntos, frente a 531 puntos de promedio de los alumnos con más de 100 libros en casa); o la nacionalidad, puesto que los alumnos nacidos en España tuvieron resultados significativamente superiores a los no nativos (INEE, 2011b).

Educación Secundaria Obligatoria. La evaluación de diagnóstico de segundo curso de enseñanza secundaria se realizó en 2010. Los cinco niveles de rendimiento con que se categorizan los alumnos coincidieron con los establecidos para la Educación Primaria.

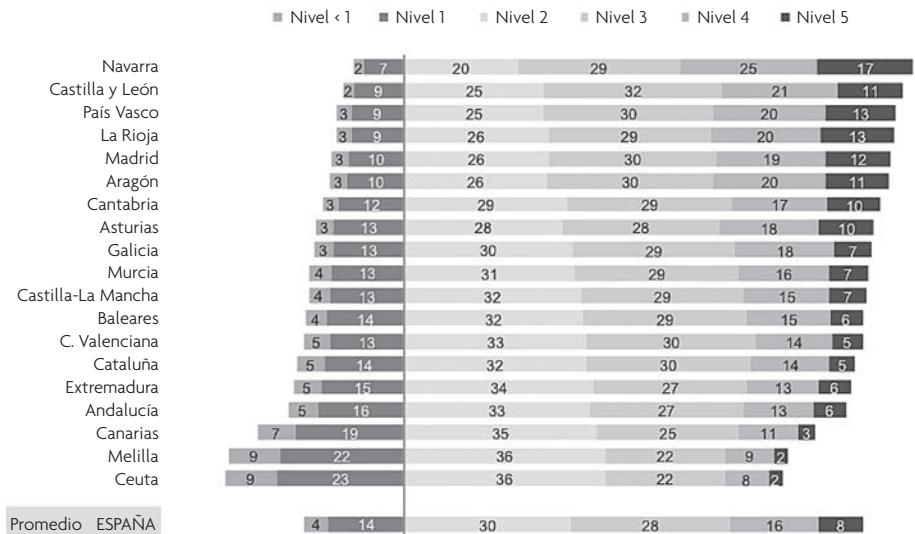
El promedio de los porcentajes de estudiantes de segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria (figura 2) en los niveles más bajos de rendimiento

(nivel menor que 1 y nivel 1) fue de 18%; cuatro comunidades autónomas tuvieron porcentajes más altos que la media española de alumnado en estos niveles. El promedio de los porcentajes de estudiantes en el nivel más alto de rendimiento (nivel 5) fue de 8%; ocho comunidades autónomas tuvieron un porcentaje de estudiantes superior al promedio español en este nivel (INEE, 2011a).

Las variables que mejor explicaron los resultados de los alumnos fueron coincidentes con las encontradas para la Educación Primaria. Con respecto a la titularidad de los centros, los alumnos de centros privados obtuvieron mejores resultados, aunque las diferencias se redujeron considerablemente y casi se igualaron al incluir correcciones referentes a los niveles sociales, económicos y culturales de los alumnos y de los centros. Otros factores significativos fueron el nivel de estudios de los padres, el número de libros en casa o su lugar de nacimiento (INEE, 2011b).

Las preguntas de contenidos comunes a todos los bloques fueron las más fáciles para el conjunto del alumnado. Los bloques que tuvieron un comportamiento similar fueron los de Estadística y probabilidad, Funciones y gráficas y Números. Los que mostraron tener mayor dificultad fueron Álgebra y Geometría.

Figura 2. Porcentajes de alumnos por niveles de rendimiento en competencia matemática en 2º de Secundaria, por comunidad autónoma (INEE, 2011b: 73).



Evaluación de la formación matemática escolar en pruebas internacionales

Los estudios internacionales de evaluación educativa también suministran información relevante para conocer un sistema educativo, y para orientar sus prioridades y necesidades de mejora. Con estos supuestos el sistema educativo español participó en dos proyectos internacionales de reconocido prestigio, que llevaron a cabo organismos diferentes, el estudio TIMSS y el proyecto PISA, cuyos resultados comentamos.

El estudio *Trends in Mathematics and Science Study* (TIMSS) (IEA, 2013) es una prueba de evaluación del rendimiento escolar en matemáticas y ciencias que llevó a cabo la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA, por sus siglas en inglés). Se aplicó junto con la prueba PIRLS, centrada en comprensión lectora. En España se aplicó por última vez en 2011 a niños del 4º curso de Educación Primaria (9-10 años). El *Programme for International Student Assessment* (PISA) (OCDE, 2013), lo desarrolló la Organización para la Cooperación y del Desarrollo Económicos y obtuvo información sobre el dominio de los ciudadanos de una comunidad en su uso de herramientas matemáticas en la vida cotidiana, estableciendo así indicadores de la calidad de su sistema educativo. Para llevar a cabo ese propósito el estudio se centró, entre otras cosas, en evaluar el desarrollo de la competencia matemática de aquellos escolares que cumplieron 15 años en ese curso. En España esta prueba se aplicó por última vez en 2012 para el área de matemáticas.

El INEE no pretendió establecer una correlación entre los resultados de ambos estudios, sino utilizarlos como fuentes de información coherentes sobre el SEIE. Aunque es posible identificar algunos elementos comunes entre ellos, su principal objeto de evaluación es diferente en ambos. El proyecto PISA hizo una evaluación de competencias básicas en los escolares, mientras el TIMSS evaluó aspectos conceptuales y procedimentales ligados al rendimiento alcanzado en el currículo de matemáticas. Sin embargo, los resultados obtenidos en ambos estudios fueron complementarios, en tanto se centraron en las dos etapas obligatorias del sistema educativo español, y, si bien con distinta orientación, ambos documentaron la formación matemática alcanzada por los estudiantes en esas etapas.

Educación Primaria. El estudio TIMSS 2011 sólo se aplicó en Educación Primaria en España. Fue la segunda vez después de su participación en 1995 con alumnos de séptimo y octavo cursos de Educación General Básica

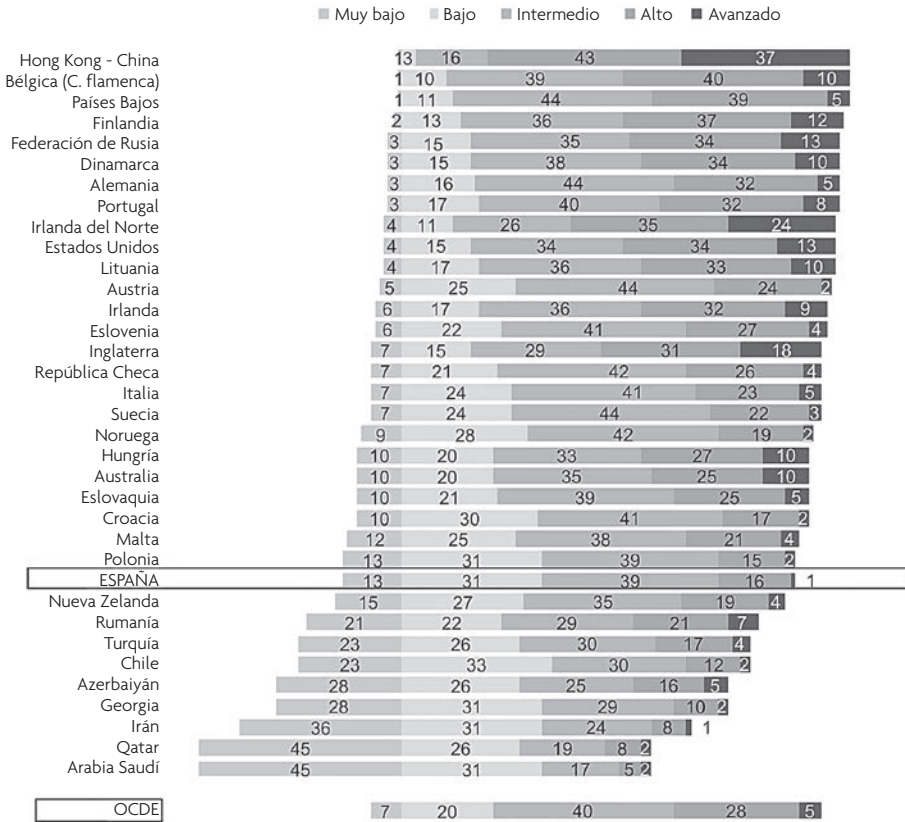
(12-14 años). En 2011 participaron casi 4 200 alumnos de cuarto de Educación Primaria (8-9 años), seleccionados entre las diferentes comunidades autónomas de modo proporcional a su población. Los resultados se organizaron mediante cuatro puntuaciones de referencia o puntos de anclaje, que fueron desde 400 puntos o menos para caracterizar alumnos con un rendimiento muy bajo, hasta quienes superaron 625 para identificar alumnos de rendimiento avanzado.

Globalmente, los alumnos españoles obtuvieron un promedio de 482 puntos. El 13% de los escolares mostraron un rendimiento muy bajo, 31% un rendimiento bajo, 39% uno intermedio, 16% un rendimiento alto y sólo 1% de los alumnos evidenciaron un rendimiento avanzado (figura 3). Cualitativamente, estos datos mostraron que 50% de los alumnos españoles de 8 y 9 años fue capaz, como mucho, de sumar y restar números enteros, de reconocer líneas paralelas y perpendiculares y otras formas geométricas comunes, y de leer y completar diagramas de barras y tablas básicos. En el otro extremo se situaron 17% que, como mínimo, fueron capaces de utilizar sus conocimientos sobre el sistema decimal de numeración, los números enteros o la simetría axial para resolver problemas.

Estos resultados se distanciaron significativamente del promedio de la OCDE, donde sólo se presentaron 7% con un nivel de rendimiento muy bajo y 11% en el nivel bajo, mientras que 40% se situó en el intermedio, 28% en el alto y 5% en el nivel avanzado. Algunas variables resultaron ser factores determinantes que contribuyeron a explicar estos resultados, por ejemplo las de tipo sociodemográfico. Así, se constató una diferencia significativa en los resultados de los alumnos (de hasta 83 puntos) según los estudios de los padres, de hasta 58 puntos según los recursos de los hogares (ordenador, mesa de estudio, internet, etc.) y de hasta 73 puntos según el número de libros en casa. Por otro lado, la repetición de curso también influyó en los resultados.

Según bloques de conocimiento, la variabilidad en el caso español es poco destacable. Los mejores resultados se obtuvieron en el bloque de Números, 482 puntos, frente a 479 en el de Representación de datos y 476 en el de Formas y mediciones geométricas. Esto fue razonable, considerando el tiempo dedicado en España al bloque de Números en los primeros cursos de primaria y, además, coincidente con los países que obtuvieron un promedio global bajo. Algunos de esos resultados fueron similares a los obtenidos en una investigación con estudiantes de Educación Secundaria.

Figura 3. Porcentaje de alumnos por niveles de rendimiento en la prueba TIMSS 2011 en los países participantes (IEA, 2013: 50).



Educación Secundaria Obligatoria. España participó en el proyecto PISA de forma ininterrumpida desde su primera edición en el año 2000, incluyendo paulatinamente ampliaciones de muestra en determinadas comunidades autónomas del país. En la evaluación de 2012, centrada en matemáticas, participaron más de 25 000 estudiantes de 15 años (sobre una población de algo más de 373 000). Los resultados en esta área se sintetizan en una puntuación de 484, diez puntos por debajo del promedio de la OCDE y cinco puntos por debajo del promedio de la Unión Europea. Estos resultados, por lo general destacados de manera poco constructiva en los medios de comunicación españoles, no se distinguieron mucho de los obtenidos en

la evaluaciones anteriores (tabla 1), pero sí admitieron varios matices que destacamos.

Tabla 1. Estudiantes españoles participantes y puntuación promedio en las evaluaciones PISA (Carballo, Lupiáñez y Rico, 2015: 300).

AÑO	ALUMNOS PARTICIPANTES	PUNTUACIÓN MEDIA		
		LECTURA	MATEMÁTICAS	CIENCIAS
2000	6 214	493	476	491
2003	18 000	481	485	487
2006	20 000	461	480	488
2009	26 000	481	483	488
2012	25 313	488	484	496

En primer lugar, se identificaron de nuevo algunos factores similares a los descritos en el estudio TIMSS, con presencia muy significativa en los resultados de nuestro país. Entre ellos estuvo la titularidad de los centros, donde destacaron los privados, si bien esto quedó matizado por el nivel socioeconómico de las familias que tendieron a acumularse en esos centros. También influyeron la cantidad de alumnos repetidores y la brecha formativa que ellos establecen en España. Asimismo, la población de estudiantes inmigrantes también influyó: en promedio, obtuvieron 439 puntos por 492 de los estudiantes españoles. Otros factores que pusieron de manifiesto la importancia de la revisión y la reflexión cuidadosa de estos resultados, fueron la cantidad de libros en casa y la ocupación de los padres de los estudiantes.

Cuando nos centramos en desgranar el nivel de la competencia matemática de los estudiantes españoles en matemáticas, observamos que destacan por analizar las soluciones o los resultados matemáticos, y también cuando aclaran su sentido en el contexto de un problema. También sobresalen cuando valoran las soluciones o razonamientos matemáticos en relación con el contexto del problema, y si determinan la razonabilidad de los resultados y su sentido en un problema. En menor medida destacan cuando aplican razonamientos matemáticos, al realizar cálculos, en el empleo y manejo de expresiones algebraicas o cuando deben extraer información de gráficos y diagramas. Los resultados son más bajos al momento en que los estudiantes

deben identificar situaciones en los que aplicarán y utilizarán las matemáticas, o cuando hay que hacer modelos matemáticos de problemas y fenómenos. De manera cuantitativa, 8% de los alumnos españoles que participaron en la evaluación PISA de 2012, alcanzaron los niveles superiores de rendimiento en matemáticas (12% en promedio en la OCDE), mientras 24% se situaron en los niveles inferiores (23% en promedio de la OCDE).

Por bloques de contenido, los estudiantes españoles destacaron por su conocimiento de los números y de las operaciones, así como por su uso práctico en una variedad de situaciones. El razonamiento cuantitativo, el cálculo mental y la estimación fueron también sobresalientes. El rendimiento disminuyó en la identificación de formas y estructuras geométricas y en el conocimiento y manejo de sus propiedades y relaciones, así como en el reconocimiento y la interpretación del azar y en la representación y tratamiento de datos. Finalmente, los resultados fueron inferiores en el trabajo con situaciones de estructura y cambio, al emplear relaciones funcionales y al crear, interpretar y traducir las representaciones simbólicas y gráficas de esas relaciones.

LA FORMACIÓN DE PROFESORES

La formación de profesores de matemáticas en España se trata desde una doble perspectiva: la del profesorado de Educación Primaria, maestros, y la del profesorado de Educación Secundaria, etapa que incluye la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y la Educación Secundaria Posobligatoria o Bachillerato. Puede decirse que son dos tipos de formación muy diferentes que a lo largo de su historia han ido evolucionando, siempre separadas y diferenciadas.

La formación inicial de maestros

Hasta la normativa de los planes de formación de 2007 actuales, han sido dos los que le precedieron y que destacaremos: los planes de estudios de 1971 y los de 1991.

Plan de 1971: el profesorado de EGB. Se promovió a partir de la Ley General de Educación de 1970, en el marco de la cual las antiguas escuelas normales de magisterio se integraron en la universidad con la denominación de Es-

cuelas Universitarias del Profesorado de EGB. La enseñanza obligatoria se llamó Educación General Básica (EGB), formó a los escolares de 6 a 14 años y se organizó en dos etapas: de primero a quinto curso y de sexto a octavo; el profesorado de EGB tuvo, entre otras especialidades, la de ciencias físico-naturales, cuya formación matemática alcanzó cierto nivel.

Este profesorado de la especialidad de ciencias impartió la docencia del área científica en la segunda etapa de EGB; las matemáticas de la primera etapa las impartieron maestros de las otras especialidades, filología y ciencias humanas, cuya formación matemática fue equiparable a la impartida en primer curso de la especialidad de ciencias (tabla 2). La formación matemática del profesorado en esta época estuvo basada en la teoría de conjuntos.

Tabla 2. Materias de matemáticas en la formación del profesorado de ciencias de EGB

CURSO	ASIGNATURAS	CONTENIDOS
1º	Matemáticas I y II	Lógica, conjuntos N , Z y Q
2º	Matemáticas III y IV Didáctica de las matemáticas I	Análisis: R , funciones. Didáctica de las matemáticas
3º	Matemáticas V y VI	Álgebra, Geometría y Medida

Se debe decir que los maestros especialistas adquirieron un alto nivel en matemáticas que les fue muy necesario; por ejemplo, en octavo curso de la EGB se impartió la estructura de cuerpo para poner de manifiesto que el conjunto Q con la suma y el producto era un cuerpo conmutativo.

En general, la llamada matemática moderna impregnó los programas de matemáticas de la época en los niveles de formación obligatoria y en la formación del profesorado. Como puede verse en la figura 4, en los niveles más elementales también se impartieron conjuntos.

En resumen, en este plan los profesores de EGB recibieron, en general, una formación matemática desligada de la formación didáctica, que incluyó un alto nivel de formación matemática formal para los especialistas de formación pedagógica general, y un bajo nivel de formación en didáctica de la matemática.

Figura 4. Libro activo de matemática moderna (2º curso, 1970), Ed. Santillana.

2 Observa este conjunto de fichas y forma tú uno igual con las tuyas

Haz dos subconjuntos teniendo en cuenta el color.

Fíjate en las siguientes operaciones:

12 - 4 = 8

12 - 8 = 4

Plan de 1991: los maestros de primaria. La promulgación en 1990 de la Ley para la Organización General del Sistema Educativo (LOGSE) coincidió con la supresión de la EGB como periodo de enseñanza obligatoria y fue sustituida por la Educación Primaria de 6 a 12 años y la Educación Secundaria obligatoria (ESO) de 13 a 16 años. Esta nueva regulación requirió del establecimiento de nuevos planes de estudios. La Ley de Reforma Universitaria (LRU) de 1983 fue el marco legal que promovió y reguló estos cambios. Como comentaremos más adelante, en este periodo muchas universidades realizaron

la transformación de las anteriores escuelas universitarias del profesorado en facultades de ciencias de la educación o similar.

El Real Decreto 1440/1991, del 30 de agosto, estableció el título universitario oficial de maestro en sus diversas especialidades, y las directrices generales propias de los planes de estudios conducentes a su obtención. Así, se elaboraron los títulos de Maestro de Educación Primaria, junto con otras cinco especialidades, correspondientes a la etapa de formación de 6 a 12 años.

En este caso, la formación en matemáticas del maestro de la especialidad de Educación Primaria (maestro generalista) quedó reducida a una asignatura de nueve créditos sobre matemáticas y su didáctica en primer curso, asignatura troncal de la titulación. En segundo curso se impartió otra asignatura de 4.5 créditos, con distintos contenidos y denominaciones según las universidades; en la Universidad de Granada esa asignatura se denominó Currículo de matemáticas en Educación Primaria. Se produjo así una reducción de más del 70% en los créditos asignados a las matemáticas en la formación inicial de los maestros en relación con el plan de estudios anterior. Los profesores que cursaron el resto de las especialidades de Educación Primaria (Educación Musical, Educación Física y Lengua Extranjera) estudiaron una única asignatura de 4.5 créditos.

En teoría, fue el docente formado en la especialidad de Educación Primaria quien estuvo encargado de impartir la materia de matemáticas en los niveles de 1º a 6º de Primaria en esos años. Sin embargo, en la práctica, ya que los maestros especialistas eran, según la ley, a su vez profesores de primaria, la formación matemática de sus alumnos durante estos años estuvo bajo la responsabilidad de maestros con una formación matemática y didáctica deficitaria y testimonial. El nivel de las matemáticas recibido por los escolares se deterioró durante estos años, pues en muchos casos quedó a cargo de docentes formados en las otras especialidades de este plan de estudios, con conocimientos matemáticos escasos y deficientes.

Aún nos interrogamos ¿por qué estos planes de estudios tan deficitarios en áreas instrumentales como el caso de matemáticas? ¿Cómo fue posible que se estableciera una formación de maestros que requería conocimientos tan desiguales para la formación de un profesor de Educación Primaria, especialista en Educación Física con 100 créditos en esa disciplina y sólo 4.5 créditos de matemáticas para esa misma especialidad?

Los maestros que en estos momentos ocupan las aulas de Educación Primaria provienen de los planes de estudio de 1991. Fueron 20 las promociones

de profesores las que se diplomaron con esta formación; la última de ellas en el curso 2010-2011. La mayoría de los docentes actualmente en ejercicio proceden de esas promociones y el impacto de su formación matemática y didáctica deficientes se mantendrá en la Educación Primaria durante 40 años.

La IEA llevó a cabo entre 2007 y 2009 el “Estudio de la formación y el desarrollo del profesorado en matemáticas” (TEDS-M, por sus siglas en inglés). En el proyecto se estudió el programa seguido por los futuros profesores de matemáticas de primaria que se formaron en el mencionado plan de estudios de 1991. El informe de resultados (IEA, 2012), puso de manifiesto que la formación de los maestros de primaria en España sobre conocimientos matemáticos y didácticos era significativamente inferior cuando se compara con otros (tablas 3 y 4).

Nos preguntamos cuáles serían los resultados del estudio TEDS-M si se hubieran considerado los docentes no especialistas en Educación Primaria que actualmente ejercen como profesores de matemáticas en primaria.

A pesar de todo esto, el reconocimiento que se dio al área de Didáctica de la matemática, que surgió con la LRU, permitió crear departamentos y supuso un gran respaldo para una labor progresiva en torno a la Didáctica de la matemática respecto a la investigación y la enseñanza, como se subraya en el apartado dedicado a la indagación en este mismo capítulo.

Tabla 3. Conocimientos matemáticos (MCK Scale¹) de los futuros profesores de matemáticas de Educación Primaria en España.

PAÍSES	PUNTUACIÓN	% QUE SUPERA EL PUNTO DE REFERENCIA 1	% QUE SUPERA EL PUNTO DE REFERENCIA 2
China Taipei	623	99.4	93.2
Filipinas	440	60.7	6.3
Singapur	586	100	82.5
España	481	83.4	26.2
Suiza	548	97.2	70.6
EEUU	518	92.9	50.0

Fuente: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

¹ MCK: Mathematical content knowledge (conocimiento del contenido matemático).

Tabla 4. Conocimientos didácticos (PCK Scale²).

PAÍSES	PUNTUACIÓN	% QUE NO SUPERA EL PUNTO DE REFERENCIA 1	% QUE NO SUPERA EL PUNTO DE REFERENCIA 2
China Taipei	592	23	77
Filipinas	457	94	6
Singapur	588	25	75
España	492	82	18
Suiza	539	56	44
EEUU	544	52	48

Fuente: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

El plan de estudios actual: los estudios de grado. Los actuales títulos debieron adaptarse al Espacio Europeo de Educación Superior iniciado en 1999 con la Declaración de Bolonia, que implicó cambios administrativos y metodológicos basados en el empleo del crédito ECTS (25 horas de trabajo del alumno universitario) como nueva unidad de medida, centrada en el trabajo del estudiante y en una formación dirigida a la adquisición de *competencias*.

En la Orden ECI/3857/2007 se establece la estructura de los títulos de grado universitarios oficiales, que habilitan para el ejercicio de la profesión de maestro en Educación Primaria (tabla 5).

Tabla 5. Estructura del plan de estudios del grado de Maestro de Primaria (2007)

TIPO DE FORMACIÓN	CRÉDITOS ECTS
Formación básica (Didáctica, pedagogía y psicología)	60
Formación didáctico-disciplinar	100
Prácticum y Trabajo Fin de grado	50
Optatividad y menciones	30

² PCK: Pedagogical content knowledge (conocimiento del contenido didáctico).

Cada universidad tuvo autonomía para la distribución en asignaturas de los créditos de la tabla anterior. En el caso del área de Didáctica de la matemática, los créditos establecidos fueron desde 12 hasta 24, siendo 18 la de mayor frecuencia. En la Universidad de Granada fueron 22 créditos, más otros seis de una optativa, distribuidos (tabla 6).

Tabla 6. Créditos en matemáticas y su didáctica para los maestros de primaria.

CURSO	ASIGNATURA	CRÉDITOS ECTS
1º	Bases matemáticas para la Educación Primaria	9
2º	Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la Educación Primaria	6
3º	Currículo de matemáticas en Educación Primaria	7
4º	Competencias matemáticas en Educación Primaria (optativa en mención)	6

En resumen, la formación inicial de los maestros de primaria en contenidos matemáticos escolares y en Didáctica de la matemática ha mejorado mucho respecto de planes anteriores en gran parte de los centros que imparten este grado; desafortunadamente, esto no sucede en todas las universidades. También la masificación en los grupos de alumnos que cursan este tipo de estudios constituye un inconveniente considerable, que merma la calidad docente esperada en todas las áreas de conocimiento, incluida la Didáctica de la matemática.

La formación inicial del profesorado de matemáticas de Educación Secundaria

Partiendo, como en el caso de la formación de maestros, de la Ley General de Educación de 1970 (LGE), la preparación del profesorado de matemáticas de Educación Secundaria se desarrolló hasta el año 2010 fundamentalmente en las facultades de ciencias. Tanto en los planes que emanaron de la LGE como los que surgieron de la Ley de Reforma Universitaria de 1983 (LRU), el adiestramiento de los licenciados en matemáticas como futuros profesores de esa asignatura se llevó a cabo en cinco cursos, y se centró en conocimientos y contenidos estrictamente matemáticos, con escasa o nula relación con las matemáticas escolares de los niveles de secundaria. En varias

universidades se impartió una rama o itinerario docente de metodología, en los que fue usual incluir entre una y tres materias relacionadas con la enseñanza de las matemáticas en los niveles de secundaria (Outerelo, 2009). Aquellos licenciados que se decantaron por la enseñanza debieron seguir el Curso de Aptitud Pedagógica (CAP) cuyo programa incluyó asignaturas psicopedagógicas, un par de disciplinas específicas de Didáctica de la matemática, y un periodo de prácticas de enseñanza en centros docentes; en total las materias psicopedagógica y didácticas, según las autonomías, estuvo entre 6 y 10% del total del CAP. Rico (2004: 3) describió así la situación en estos años: “Nos encontramos con la inexistencia de un plan de formación de profesores de matemáticas de secundaria que sea algo más que un conjunto desarticulado de consideraciones pedagógicas, retóricas y generales.”

El plan actual de formación de profesores de secundaria y bachillerato surgió de la adaptación de las titulaciones universitarias españolas al proceso de Bolonia, quedó organizado en una modalidad consecutiva de dos etapas: con una fase de formación teórica seguida de otra práctica. La primera fase, de 240 créditos, corresponde al título de grado y se centra en una preparación básica en contenidos y competencias disciplinares con especialización en matemáticas. La segunda etapa, orientada a los conocimientos y competencias profesionales docentes viene regulada por el R.D. 1834/2008, corresponde a un máster de 60 créditos e incluye materias generales psicopedagógicas y materias específicas sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, junto con unas prácticas docentes y un trabajo de fin de máster de orientación profesional.

Se puede afirmar que ha habido un cambio sustancial de orientación desde los planes anteriores a los actuales: la formación psicopedagógica y didáctica del futuro profesor de matemáticas de secundaria abarca 60 créditos sobre un total de 300; es decir, constituye 20% de su adiestramiento, el cual se ha incrementado en un 14%.

Nos preguntamos si estos cambios serán suficientes para dar respuesta a las necesidades de formación profesional de los futuros profesores de matemáticas de secundaria. Palarea (2011) señala como puntos débiles de este plan la gran heterogeneidad de su puesta en práctica a nivel estatal, la falta de coordinación entre los diferentes módulos y la insuficiente formación en Didáctica de la matemática de los expertos, específica sobre la formación de profesores de secundaria. Aunque con carácter residual, aún se mantiene como idea persistente que para ejercer como profesor es suficiente la formación matemática (Guerrero, 2006).

La formación continua y permanente del profesorado

La oferta es muy variada (De la Torre, Díaz Regueiro y Guerrero, 2006): centros de profesores (CEP), sociedades de profesores de matemáticas, entre ellas la SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, sobre la que hablamos en la sección siguiente) y multiplicidad de libros y revistas dedicados a la enseñanza de las matemáticas. Este tipo de formación es imprescindible dados los cambios en el currículo de matemáticas en todos los niveles. Sin embargo, como señalan esos mismos autores, existen muchos aspectos negativos en torno a esta preparación: no es obligatoria, no está bien estructurada y está fragmentada.

Otra cuestión importante asociada a esta formación es la perspectiva del profesorado sobre su necesidad y, por supuesto, cómo es considerada ésta por la administración educativa. El informe TALIS de 2013 (OCDE, 2014) pone de manifiesto que más de 90 % del profesorado de secundaria en España considera que la formación recibida es suficiente mientras que por otro lado la formación pedagógica y práctica está 20 puntos por debajo de la media de los países de la OCDE (pp. 21-22). También se señalan ciertas deficiencias en esta capacitación: incompatibilidad con el horario laboral, falta de incentivación por parte de la administración educativa, y coste y oferta poco adecuados a los intereses del profesorado (pp. 88-89).

LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

En este apartado presentamos una parte relevante del trabajo de investigación en Didáctica de la matemática realizado en España desde la segunda mitad del siglo XX hasta los inicios del siglo XXI, con especial atención en las actividades realizadas en la Universidad de Granada por un grupo de trabajo del que los autores formamos parte. Mostramos así un resumen de la investigación realizada durante esos años hasta nuestros días.

Precursores

Pedro Puig Adam es prototipo del profesor español de matemáticas de mediados del siglo XX y de sus preocupaciones profesionales. En sus trabajos sobre Didáctica matemática, Puig Adam (1955, 1960) identificó y expresó con claridad algunos problemas didácticos derivados de la concepción de la propia matemática y de su enseñanza. “Enseñar”, “alumnos”, “profesores”, “método”,

“valor formativo”, “valor pragmático”, son términos y conceptos que utiliza con precisión y rigor para destacar un predominio de los contenidos y de la instrucción en su visión y sus reflexiones. También utilizó otras ideas como “educación matemática”, “evolución mental”, “actividades psicológicas”, “desarrollo intelectual”, con las que expresó con no menos fuerza su valoración por el aprendizaje de los alumnos. A mediados del siglo pasado renació en España la Didáctica de la matemática como sistema de conocimientos, procedimientos y actitudes profesionales necesarios para el docente. Este modo de hacer y de pensar contribuyó, en su momento, a sistematizar los métodos de enseñanza de la matemática, los cuales, pese a todo, no fueron considerados como una disciplina ni tuvieron estatus académico en la universidad.

Durante la década de 1970 aconteció un ambicioso proyecto de reforma educativa, que se concretó mediante la Ley General de Educación (LGE, 1970) y otras normas derivadas. Las reformas decretadas afectaron en profundidad a la estructura del sistema educativo y tuvieron repercusiones importantes en el currículo de matemáticas para la educación obligatoria. También concernieron a los planes y programas de formación de profesores, generalistas y especialistas, de los distintos niveles educativos y a su planificación como titulaciones universitarias. Adicionalmente se crearon los institutos de ciencias de la educación (ICE), que institucionalizaron la promoción de investigaciones educativas en las universidades; también asumieron la competencia sobre la formación docente de los profesores universitarios (Beas, 2010). Los ICE estimularon, gestionaron y financiaron las incipientes investigaciones para dar respuesta a cuestiones surgidas de las reformas y los cambios educativos en curso. Se sucedieron así el establecimiento de infraestructuras, la dotación de medios, la propuesta de nuevos métodos y la actualización de criterios y técnicas para la evaluación de los aprendizajes escolares. En este contexto los profesores llevaron a cabo investigaciones educativas desde las universidades, entre las cuales recibieron especial atención las centradas en los cambios del currículo escolar (Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011). A mediados de esta década, por motivo de los aspectos críticos surgidos en la puesta en práctica de la LGE, comenzaron a organizarse grupos de estudio e innovación que desarrollaron estos trabajos sistemáticamente. En el contexto de la reforma impulsada por la LGE en 1971, se presentó el “Proyecto Granada-Mats. Un análisis del programa escolar para el área de matemáticas” ante el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada, del cual recibió aprobación. Este programa de investigación estudió el proceso de

cambio curricular en matemáticas en el periodo de la educación obligatoria, derivado de la introducción en los programas escolares de los contenidos de la “matemática moderna”, recibió apoyo y fue financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, formó parte del IV Plan de Investigación (1974) y del V Plan de Investigación (1975) del Instituto Nacional de Ciencias de la Educación (INCIE).

Durante estos años las publicaciones sobre educación matemática experimentaron un incremento considerable, aumentando notablemente su visibilidad (Rico y Sierra, 1994).

Consolidación e institucionalización

En las décadas de 1980 y 1990 se produjeron cambios significativos, legales y normativos, que tuvieron como consecuencia una reorganización cabal de la deficiente estructura del sistema educativo universitario, así como, posteriormente, de la educación obligatoria y de la no universitaria, tal y como ya hemos sintetizado. El nuevo marco estableció la integración en la universidad de los programas para la formación inicial del profesorado de todos los niveles en las distintas disciplinas escolares, así como mayores incentivos para seguir los estudios que habilitaban para ejercer esas profesiones (Castro y Flores, 2012). Estos cambios facilitaron un desarrollo inicial de la Didáctica de la matemática en España.

La Ley de Reforma Universitaria (LRU, 1983) organizó las disciplinas mediante “áreas de conocimiento”, concebidas como “aquellos campos del saber caracterizados por la homogeneidad de su objeto de conocimiento, una común tradición histórica y la existencia de comunidades investigadoras nacionales e internacionales”. La estructuración del profesorado universitario durante estos años en áreas de conocimiento estuvo vinculada a su regulación académica en departamentos, los cuales establecieron su especialización docente mediante las disciplinas vinculadas al área e impulsaron la constitución de agendas y grupos de trabajo que desarrollaron la investigación en las áreas correspondientes.

En este marco se produjo el reconocimiento del área de Didáctica de la matemática en la universidad española, a mediados de los años 80. De acuerdo con la LRU, el objetivo de un departamento consistía en “organizar y desarrollar la investigación y la docencia propias de su respectiva área de conocimiento”. Esta regulación facilitó la constitución de grupos académicos especializados en Didáctica de la matemática, formados por profesos-

res e investigadores especialistas en esa área, entre ellos el de la Universidad de Granada,³ constituido en 1986. Estas unidades tuvieron implicaciones administrativas sobre evaluación, promoción y desarrollo académico, concursos, ayudas, acceso a programas y a fuentes de financiamiento para la investigación en el área.

La formación inicial en educación matemática para el profesorado de Educación Primaria quedó así incorporada en la estructura departamental a cargo de especialistas. Por el contrario, la preparación didáctica inicial para el profesor de matemáticas de secundaria no quedó bien resuelta y mantuvo el sistema anterior de capacitación profesional, obsoleto e inadecuado, durante estos años.

Los especialistas en Didáctica de la matemática participaron activamente en los grupos de innovación educativa y las sociedades de profesores que se constituyeron en estos años. Promovieron distintos encuentros y contribuyeron a la elaboración de diversos documentos en los que se discutieron, establecieron y aprobaron propuestas avanzadas de formación cada vez más elaboradas y que al final no se pudieron poner en práctica en la mayoría de las universidades. En esa misma década de 1980 se constituyó el Seminario sobre Currículo e Investigación en Educación Matemática en la Universidad de Granada. Este Seminario, con la colaboración de profesores en servicio, trabajó como grupo de investigación e innovación en la década de 1990. Sus publicaciones apoyaron y contribuyeron a los trabajos de campo para las tesis doctorales en curso. Con estas y otras iniciativas los profesores del área de Didáctica de la matemática buscaron un espacio en los movimientos de renovación del sistema educativo, hallando su identidad en la formación del profesorado de matemáticas y la mejora de la universidad (Rico, 2013).

Los modelos europeos y americano para la educación y para la investigación en Didáctica de la matemática marcaron referentes a los profesores del área. En 1987 tuvo lugar en Madrid el encuentro *The Need for Research on Mathematical Education*, promovido por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, que supuso un primer contacto entre la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) y la joven comunidad española de investigadores en educación matemática.

En 1988 se constituyó la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), cuya contribución a la promoción y mejora

³ Ver página electrónica en http://www.ugr.es/~dpto_did/

de la enseñanza de la matemática, así como a la investigación en Didáctica de la matemática ha sido desde entonces continuada y relevante, singularmente por medio de *SUMA*, revista sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, entre otras publicaciones editadas por la FESPM. La celebración en Sevilla, en 1996, de la octava edición del International Congress on Mathematical Education mostró la producción de la comunidad española de profesores, investigadores y expertos en educación matemática, y ayudó a establecer y consolidar relaciones con grupos afines de otros países.

Los estudios de posgrado especializados en Didáctica de la matemática comenzaron en España en 1988, con programas de doctorado en algunas universidades. Estos programas, junto con otros títulos de máster, mantuvo una oferta de formación específica de posgrado en las universidades españolas, de modo permanente en la Universidad de Granada. En la década de 1990 se defendieron las primeras tesis doctorales derivadas de esos programas y comenzó un trabajo continuado, sostenido por equipos estables de especialistas que configuraron grupos de investigación (Rico y Sierra, 2000).

En 1988 se inició el programa de doctorado en Didáctica de la matemática en la Universidad de Granada, bajo responsabilidad del correspondiente departamento. Con el fin de organizar su actividad, el departamento se estructuró en grupos de investigación. Destacó por su actividad el grupo Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico⁴ (DDM-PN), que se incorporó en 1988 al Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía.

En el periodo 1994-2000 se defienden once tesis doctorales en esta línea en la Universidad de Granada. Este trabajo contribuyó a forjar unas herramientas metodológicas y un marco teórico propios (Rico y Sierra, 2000; Rico 2013).

También se concursó en convocatorias públicas para financiar los trabajos de investigación del grupo DDM-PN y recibir apoyo para nuevos doctorandos. Entre las ayudas obtenidas destacó la concedida para el proyecto de Formación de Investigadores en Educación Matemática para América Latina (FIEMAL), aprobado dentro del Programa Alfa de la Unión Europea (1998-2000). Participaron las universidades de Módena (Italia), Nothingam (GB), San Carlos (Guatemala), Los Andes (Colombia), Cinvestav del IPN (México), Autónoma del Estado de Morelos (México), Valencia (España) y

⁴ Ver página electrónica <http://fqm193.ugr.es>

Granada (España) y se becaron 16 estudiantes iberoamericanos para realizar sus estudios de doctorado durante tres años.

Como resultado de la experiencia docente y de la investigación realizada en Didáctica de la matemática, en 1987 la editorial Síntesis inició la publicación de la colección Matemáticas, Cultura y Aprendizaje, con 34 monografías. La edición de esta colección fue un trabajo intelectual compartido, llevado a cabo por un equipo de 82 autores españoles, profesores de matemáticas y expertos en Didáctica de la matemática, quienes se propusieron un ambicioso programa de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, resultado de su práctica profesional y de su investigación. En 1997 la editorial Síntesis editó otra colección de monografías, continuación de la anterior, titulada Educación Matemática en Secundaria. Esta colección se centró en el currículo de matemáticas de secundaria y bachillerato, con 20 volúmenes y en su redacción participaron 59 autores. En 1995 la editorial Comares, a su vez, editó en la colección Mathema 12 tesis doctorales. La edición de estos y otros trabajos difundió y dio visibilidad a las investigaciones realizadas y mostró el nivel alcanzado en Didáctica de la matemática.

En 1996 se constituyó la Sociedad Española de Investigación en Didáctica de la matemática (SEIEM), que cuenta desde 2012 con una publicación seriada y que anualmente realiza encuentros con investigadores españoles, portugueses y latinoamericanos. Entre los objetivos de esta sociedad destacan (SEIEM, 1996: 4):

Mantener un espacio de comunicación, crítica y debate sobre investigación en educación matemática, donde plantear cuestiones, transmitir e intercambiar resultados, profundizar en las elaboraciones teóricas, mejorar y validar los diseños metodológicos.

Promover la constitución de grupos de investigación estables en educación matemática, con producción propia cualificada, que delimiten prioridades y aborden cuestiones de indagación específicas.

Varios organismos se refundaron. En 1996, la Real Sociedad Matemática Española (RSME). En 1998, el Comité Español para la International Mathematical Union (IMU), y en 1999, el Comité Español para la Comisión Internacional sobre Instrucción Matemática (CEMat), que conformaron distintas sociedades matemáticas y al que pertenece la SEIEM.

La actividad en Didáctica de la matemática del siglo XX culminó con la participación en las actividades organizadas con motivo del año 2000, Año Mundial de las Matemáticas, coordinado por su Comité Español.

Es innecesaria una descripción detallada de todas las actividades recientes realizadas; no obstante, destacamos algunas que consideramos de especial interés. En 2003 se constituyó la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM), la cual edita la revista *UNIÓN* desde 2005. Desde septiembre de 2006, el Grupo DDM-PN de la Universidad de Granada edita trimestralmente *PNA*, revista de investigación en Didáctica de la matemática.⁵ Esta revista ha recibido recientemente el sello ARCE de Calidad, tras ser evaluados por la Fundación Española de Ciencia y Tecnología (FECYT). Entre 2008 y 2012 este mismo grupo coordinó en España la investigación *Teacher Education Study in Mathematics*, dirigido por la IEA, al que ya nos hemos referido anteriormente en este capítulo.

Retos y realidades

A principios del nuevo siglo se promulgaron dos leyes educativas cruciales, la Ley Orgánica 4/2007 de Universidades, que modificó la Ley 6/2001, y la Ley Orgánica 2/2006, de Educación, modificada por la Ley Orgánica 8/2013. La primera organizó las enseñanzas y títulos universitarios en tres ciclos: grado, máster y doctorado; enfatizó el papel de la investigación en la universidad y en la transferencia del conocimiento; y marcó las funciones de la investigación científica como fundamento de la docencia y herramienta para el desarrollo. La Ley de Educación instituyó la calidad y la equidad como principios indisociables de la educación, propuso medidas para mejorar la capacitación de los docentes, y proyectó objetivos compartidos con los países de la Unión Europea.

Calidad, equidad y mejora de la capacitación de los docentes son principios indisociables de estas dos leyes, que fueron pilares maestros de una nueva arquitectura para los programas de formación inicial del profesorado y atención a las necesidades del sistema educativo español. El R.D. 1393/2007 organizó las enseñanzas universitarias en tres ciclos, de los que los dos primeros respondieron a los requerimientos establecidos por la Ley 2/2001 para ejercer como profesor de Educación Primaria (artículos 92, 93 y 94) y como profesor de Educación Secundaria (artículos 100 y 101), respectivamente.

⁵ Ver página electrónica <http://www.pna.es/>

La Orden ECI/3857/2007 reguló los módulos didáctico disciplinares para ejercer como maestro en Educación Primaria y las competencias profesionales correspondientes. A su vez, la Orden ECI/3858/2007 y el Real Decreto 1834/2008 marcaron los módulos y competencias de las especialidades docentes de los cuerpos de profesores de enseñanza secundaria. De este modo, los títulos universitarios se acomodaron con los requerimientos de calidad en la formación y en las competencias profesionales establecidos por la Ley de Educación; abordaron las dificultades y las contradicciones de la normativa previa y, al mismo tiempo, por su énfasis en las competencias profesionales, mejoraron los anteriores programas de formación del profesorado. Cambios en el sistema educativo y transformaciones normativas, de manera conjunta, respondieron a los cambios curriculares del sistema escolar y atendieron desde la universidad a las competencias profesionales de los profesores, como ya se ha descrito antes. En este nuevo marco, la responsabilidad de los expertos en Didáctica de la matemática que intervienen en la formación de profesores de primaria y de secundaria se incrementó de manera considerable.

Esta nueva y avanzada reglamentación necesitará de tiempo para su eficaz puesta en práctica requerirá de formadores expertos, con mayor y más profundo conocimiento sobre las matemáticas escolares, que sean eficientes y conecten sus conocimientos temáticos y didácticos. Requerirá de expertos con información y dominio de la pertinencia de los aprendizajes escolares esperados, sus limitaciones, las oportunidades y retos de aprendizaje y las condiciones para el diseño de tareas matemáticas escolares. Necesitará criterios validados para planificar secuencias de tareas, estrategias para mejorar la gestión del trabajo escolar en el aula, de diversos métodos, materiales y recursos, libros y documentos. Demandará equipos de trabajo en contacto regular con profesores de los niveles correspondientes.

Estos retos no disminuirán, sino más bien complementarán el compromiso con la formación de nuevos doctores y la continuidad en los trabajos de investigación en curso. Las obligaciones habituales no desaparecerán, antes exigirán mayor profundidad. En los 20 años transcurridos el grupo DDM-PN concluyó, defendió y aprobó 51 tesis doctorales. Su quehacer habitual continuó mediante la dirección de trabajos, orientación de investigadores noveles, participación en encuentros, redacción de proyectos, informes y documentos, preparación de cursos y conferencias, y evaluación de propuestas, junto con las tareas docentes usuales.

CONCLUSIONES

Describir la situación actual y los retos abiertos para la educación matemática de un país no es tarea sencilla. Lo que hemos pretendido con este capítulo es destacar algunas de las facetas más relevantes, sus orígenes y sus perspectivas de futuro; y lo hemos hecho considerando tres sentidos de la educación matemática según los ámbitos de actuación y funciones que se consideren. El primero se refiere a la formación de los escolares en el sistema de la educación obligatoria y posobligatoria. El segundo se centra en la formación del profesorado y tiene lugar en las universidades y otros centros e instituciones de formación. El tercero se concreta en la investigación y en los marcos teóricos, conceptuales y empíricos que dan lugar a la disciplina Didáctica de la matemática junto con sus aplicaciones técnicas y prácticas. De las reflexiones incluidas en este capítulo podemos extraer algunas conclusiones para cada uno de estos sentidos, que expresan retos para el futuro sobre la educación matemática en nuestro país.

Hemos descrito la educación matemática escolar en España según varios indicadores y mediante los resultados de diferentes evaluaciones internacionales estandarizadas. De estas fuentes se desprende que nuestros estudiantes de primaria y secundaria destacan en determinados procedimientos matemáticos y adolecen de competencias en otros. También, que existen notables diferencias entre los alumnos con mayores dificultades y los más avanzados. Este hecho reclama que nuestro sistema educativo se preocupe por atender de modo sistemático y permanente a los estudiantes que manifiestan carencias desde edades tempranas. También demanda la necesaria atención hacia los alumnos de nivel avanzado, para aumentar su número y lograr que se sientan integrados en el entorno escolar. Como destaca el propio informe del estudio TIMSS, promover y conseguir altos grados de competencia permite mejorar la competitividad de todo el país, y para los propios alumnos supone la posibilidad de acceder a puestos laborales de mayor cualificación en virtud de sus logros (IEA, 2013).

La formación de profesores no es ajena a este hecho. Como hemos argumentado en este capítulo, cuando hablamos de la preparación del profesorado de matemáticas hay diferencias sustanciales y persistentes entre los docentes de primaria y los de secundaria. En el primer caso los maestros tienen una formación psicopedagógica general importante, pero una formación específica en matemáticas y en su didáctica que resultan insuficientes. A pesar de que estas carencias parecen superarse con los actuales diseños de los grados

en algunas universidades españolas, en la mayor parte de ellas los cambios siguen siendo insuficientes y la formación resultante, inadecuada. Incluso en las universidades que incluyen mayor preparación específica, la masificación de estos estudios implica una merma en la calidad del adiestramiento de los futuros profesores, mismos que, además, tienden a manifestar una actitud negativa hacia las matemáticas. En el caso de los estudiantes para profesores de secundaria, su formación matemática está bien asentada pero resulta poco adecuada para la enseñanza, pues se aleja mucho de los contenidos matemáticos que conforman el currículo de la Educación Secundaria. Si bien la preparación específica en Didáctica de la matemática ha mejorado con la creación de un título de máster que imparte estudios específicos y obligatorios para dedicarse a la enseñanza, se siguen identificando carencias importantes. Aunque han transcurrido 10 años desde la siguiente reflexión, aún hay centros de formación para los que mantiene una inusitada vigencia (Recio y Rico, 2005: 33): “Mientras no se aborden de manera rigurosa los planes de formación (inicial, continua) de profesores de matemáticas, con su especificidad profesional, el fracaso escolar en secundaria estará garantizado”.

Cuando se hicieron públicos los resultados de los estudiantes españoles en la evaluación de PISA sobre resolución de problemas (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014), Pablo Zoido, analista de la OCDE, señaló expresamente que la formación del profesorado es un factor clave que debería ser objeto de mayor impulso e inversión en nuestro país (Zoido, 2014).

El tercer sentido en que entendemos la educación matemática es como campo de investigación. Al comenzar el siglo XXI la ocupación del investigador en Didáctica de la matemática en España se configuró como una profesión con opciones reales de trabajo. Junto a su actividad investigadora y académica, los titulados con un máster y los doctores en Didáctica de la matemática pueden ejercer como técnicos expertos en la planificación y el diseño curricular, ser docentes especialistas en la formación profesional de los profesores de matemáticas o miembros de los equipos de evaluadores de la producción científica y de la calidad del sistema educativo español.

Muchas de estas ofertas profesionales se encuentran establecidas de manera detallada en las competencias de los planes de formación de los distintos estudios de posgrado que se diseñan y proponen a partir de 2007 por parte de las universidades españolas, ante todo orientados a la formación especializada de investigadores en Didáctica de la matemática. En todos ellos esta disciplina, sus fundamentos teóricos, sus campos de especialización, sus métodos

propios, sus problemas y tareas, han conformado un cuerpo consolidado de conocimientos teóricos, técnicos y prácticos.

El investigador español en Didáctica de la matemática ha asumido la responsabilidad de contribuir y participar en una comunidad de expertos que trabaja para establecer conocimiento racionalmente fundado y empíricamente validado, con el cual enriquecer la alfabetización matemática de sus conciudadanos, y de manera especial aquellos en edad escolar. Asimismo, está comprometido con el desarrollo y logro de competencias profesionales de los docentes de matemáticas de educación primaria y secundaria.

La dimensión universal en el trabajo del investigador español en esta disciplina, su plena apertura e integración en la comunidad científica internacional de educadores matemáticos, la participación regular en proyectos de organismos intergubernamentales –como es el caso de los estudios comparativos y las evaluaciones internacionales–, son espacios por explorar. En concreto, el mundo iberoamericano es una comunidad en la cual es necesario incrementar las relaciones de cooperación. El Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, especialmente su grupo de investigación DDM-PN, ha venido trabajando de manera sistemática y regular en la mayor parte de los espacios enumerados en este capítulo, y sus miembros aspiran a mantener y mejorar su liderazgo en estos ámbitos. En España existen además otros centros vinculados a universidades, a grupos de investigación o a sociedades colegiadas que persiguen el mismo fin.

A escala global, hemos identificado logros, dificultades y retos de la educación matemática en España desde el punto de vista de alumnos, profesores e investigadores. Si bien queda mucho por avanzar y mejorar, queremos subrayar que muchos grupos están actualmente concienciados y centrados en líneas e iniciativas de trabajo para superar esas dificultades, en proceso de consolidación y superación constante. Es un compromiso de la comunidad española de educadores matemáticos el continuar esta labor, y desarrollar y establecer mecanismos que permitan seguir alcanzando nuevos retos.

REFERENCIAS

- Beas, M. (2010). Formación del Magisterio y reformas educativas en España: 1960-1970. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 14(1). Disponible en: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev141COL3.pdf>.

- Carballo, R., Lupiáñez, J. L. y Rico, L. (2015). PISA'S Influence on Thought and Action in Mathematics Education: Spain. En K. Stacey y R. Turner (eds.), *Assessing Mathematical Literacy. The PISA Experience* (pp. 297-331). Berlin: Springer International Publishing.
- Castro, E. y Flores, P. (2008). Spanish report on teacher education at primary level. En J. Schwillle, L. Ingvarson y R. Holdgreve-Resendez (eds.), *TEDS-M Encyclopedia. A Guide to Teacher Education Context, Structure, and Quality Assurance in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)* (pp. 209-226). Ann Arbor: Michigan State University.
- Castro-Rodríguez, E., Lupiáñez, J. L., Ruiz-Hidalgo, J. F., Rico, L. y Díez, A. (en prensa). Matemáticas escolares y cambio curricular (1945-2014). El caso de los números racionales. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*.
- Guerrero, S. (2006). Formación del profesorado de matemáticas. *UNO. Revista de didáctica de las matemáticas*, 41, 5-7.
- IEA (2012). *TEDS-M. Informe español. Estudio internacional sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- IEA (2013). *PIRLS-TIMSS 2011. Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencias. Informe español*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- INCE (2000). *Sistema estatal de indicadores de la educación. Síntesis*. Madrid: Instituto Nacional de Calidad y Evaluación.
- INEE (2008). *Indicadores educativos nacionales e internacionales. Apuntes del Instituto de Evaluación*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación.
- INEE (2010). *Evaluación general de diagnóstico 2009. Educación primaria. Cuarto curso. Informe de resultados*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación.
- INEE (2011a). *Evaluación general de diagnóstico 2010. Educación secundaria obligatoria. Segundo curso. Informe de resultados*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación.
- INEE (2011b). *Sistema estatal de indicadores de la educación. Edición 2011*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación.
- INEE (2012). *TEDS-M. Informe Español. Estudio Internacional sobre la Formación en matemáticas de los maestros*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- INEE (2014). *Sistema estatal de indicadores de la educación 2014*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1993). Real Decreto 928/1993, de 18 de junio, por el que se regula el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación. En *Boletín Oficial del Estado*, 160, 6 de julio, 20372-20374.

- Ministerio de Educación Nacional. Ley 14/1970 de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 160, 6 de agosto, 12525-12546.
- Ministerio de Educación y Ciencia. Ley Orgánica 11/1983, de 25 de agosto, de Reforma Universitaria. *Boletín Oficial del Estado*, 209, 1 de septiembre, 24034-24042.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Ley Orgánica 8/2013 de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 295, 97858-97921.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014). *PISA 2012 Resolución de problemas de la vida real. Resultados de matemáticas y lectura por ordenador*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Ministerio de Educación. Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 106, 17158-17207.
- Ministerio de Educación. Ley Orgánica 4/2007, de 12 de abril, por la que se modifica la Ley orgánica 6/2001, de 21 de diciembre de Universidades. *Boletín Oficial del Estado*, 89, 16241-16260.
- OCDE (2014). *TALIS 2013. Estudio internacional de la enseñanza y el aprendizaje. Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación Cultura y Deporte.
- OCDE (2013). *PISA 2012. Programa para la evaluación internacional de alumnos. Informe español*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Outerelo, E. (2009). *Evolución histórica de la Licenciatura en Matemáticas (Exactas) en la Universidad Central*. Madrid: Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid.
- Palarea, M. (2011). Informe del Seminario: la formación inicial del profesorado de matemáticas ante la implantación de los nuevos grados de infantil y primaria y el máster de secundaria. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 225-234.
- Puig, Adam P. (1955). Decálogo de la didáctica matemática media. *Revista Gaceta Matemática*, VII(5-6).
- Puig, Adam P. (1960). *La matemática y su enseñanza actual*. Madrid: Ministerio de Educación Nacional.
- Ricio, T. y Rico, L. (2005). El 'Informe PISA 2003' y las matemáticas. *El País*, lunes 24 de enero, 33.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 8(1), 1-15.
- Rico, L. (2013). Antecedentes del análisis didáctico en educación matemática. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 23-58). Granada: Comares.

- Rico, L.; Díez, A.; Castro, E. y Lupiáñez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 139-172.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Rico, L. y Sierra, M. (1994). Educación matemática en la España del siglo XX. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra (eds.). *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- Rico, L. y Sierra, M. (2000). Didáctica de la matemática e investigación. En J. Carrillo y L. C. Contreras (eds.), *Matemática española en los albores del siglo XXI*. Huelva: Editorial Hergué.
- Rico, L., Sierra, M. y Castro, E. (2000). La didáctica de la matemática. En L. Rico y D. Madrid (eds.), *Fundamentos didácticos de las áreas curriculares* (pp. 351-406). Madrid: Editorial Síntesis.
- Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (1996). *Boletín de la SEIEM*, número 0. Disponible en: <http://www.SEIEM.es/publicaciones/archivos-publicaciones/boletines/Boletin0.pdf>.
- Zoido, P. (2014). Evaluación por ordenador y resolución de problemas. Avance de PISA 2015. Conferencia presentada en el Congreso PISA 2012. Evaluación por ordenador y resolución de problemas. Madrid, 1 de abril.