

La educación matemática en el siglo XXI

La educación matemática en el siglo XXI

Xicoténcatl Martínez Ruiz / Patricia Camarena Gallardo
COORDINADORES



COLECCIÓN PAIDEIA SIGLO XXI



La educación matemática en el siglo XXI

Xicoténcatl Martínez Ruiz y Patricia Camarena Gallardo, coordinadores

Primera edición 2015

D.R. ©2015 Instituto Politécnico Nacional

Av. Luis Enrique Erro s/n

Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, Zacatenco,

Del. Gustavo A. Madero, C. P. 07738, México, D. F.

Libro formato pdf elaborado por:

Coordinación Editorial de la Secretaría Académica

Secretaría Académica, 1er. Piso,

Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”

Zacatenco, Del. Gustavo A. Madero, C.P. 07738

Diseño y formación: Quinta del Agua Ediciones, S.A. de C.V. Cuidado
de la edición: Héctor Siever

ISBN: 978-607-414-497-0

Impreso en México / Printed in Mexico

Índice

Una nota de agradecimiento	9
Introducción. Matemática, futuro e imaginación <i>Xicoténcatl Martínez Ruiz</i>	11
BRASIL	
Educación matemática en Brasil: proyectos y propósitos <i>Maria Salett Biembengut</i>	19
CHILE	
Una visión acerca de la educación matemática en Chile: cómo caracterizar su presente, los principales hitos del proceso de llegar allí y cómo pensar el futuro <i>Fidel Oteiza Morra</i>	41
COSTA RICA	
Costa Rica: una reforma radical en la educación matemática <i>Ángel Ruiz</i>	67
ESPAÑA	
La educación matemática en España <i>José Luis Lupiáñez, Luis Rico Romero, Isidoro Segovia y Juan Francisco Ruiz-Hidalgo</i>	99
MÉXICO	
Uso coordinado de tecnologías digitales y competencias esenciales en la educación matemática del siglo XXI <i>Manuel Santos Trigo</i>	133

El aprendizaje de la geometría en el siglo XXI: tres teoremas básicos sobre la línea recta y su demostración	155
<i>Mario García Juárez</i>	
Educación matemática en México: investigación y práctica docente	191
<i>Patricia Camarena Gallardo</i>	
2036: una filosofía prospectiva de la educación matemática	217
<i>Xicoténcatl Martínez Ruiz</i>	
La toma de decisiones durante una clase de matemáticas	233
<i>Miguel Ángel Parra Álvarez</i>	
PERÚ	
Educación matemática en el Perú: avances y perspectivas	257
<i>Jesús Victoria Flores Salazar y Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre</i>	
PUERTO RICO	
Una aproximación a la matemática educativa en Puerto Rico	279
<i>Orlando Planchart Márquez</i>	
VENEZUELA	
Perspectivas de la educación matemática en Venezuela para el siglo XXI	297
<i>Yolanda Serres</i>	
CONCLUSIONES	
La educación matemática en el siglo XXI: conclusiones del presente y futuro	319
<i>Patricia Camarena Gallardo</i>	
Acerca de los autores	342
Acerca de los profesores entrevistados	349



México

La toma de decisiones durante una clase de matemáticas

Miguel Ángel Parra Álvarez
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

EL MAESTRO HACE, PIENSA Y SIENTE

Dentro del aula suceden múltiples eventos, varios de ellos son simultáneos y ocurren de manera inmediata e inesperada; además, todas las actividades de profesores y alumnos son eventos de carácter público para los demás participantes, y existe la gran probabilidad de que las características de la enseñanza se hayan presentado en clases anteriores. De esta manera, multidimensionalidad, simultaneidad, inmediatez, no predictibilidad, publicidad e historia son complejidades (Doyle, 1986; en Coll, 1999) que dotan a las clases de particularidades propias y a las que el mismo docente contribuye con sus actos, ya sean planeados de antemano para alcanzar alguna meta establecida, o bien como producto de la reacción a comportamientos de los estudiantes. En ambos casos las acciones del profesor son producto de decisiones que toma para enfrentar a diversas situaciones, por ejemplo las estrategias implementadas para promover el aprendizaje, las resoluciones para promover la participación o para hacer frente a la mala conducta de los estudiantes.

Pero ¿qué lleva a un maestro a hacer lo que hace?, ¿por qué toma determinada decisión y no otra? En otras palabras, ¿qué subyace a la toma de decisiones de un docente dentro del aula? De manera específica, en la enseñanza de las matemáticas se han propuesto modelos para explicar estos cuestionamientos (Schoenfeld, 1998, Clark y Peterson, 1990), donde se reconoce que cada determinación se encuentra respaldada por el vínculo entre creencias y conocimientos; por lo demás, se ha admitido la importancia de las emociones y sus efectos sobre determinados hechos en la forma en

que inician, su intensidad y duración (Grizb, 2007); es decir, las emociones influyen sobre la percepción, el pensamiento y el comportamiento de las personas (Schmidt-Atzert, 1985).

En este sentido, se acepta que las creencias, conocimientos y emociones juegan un papel principal en la toma de decisiones de los docentes, es decir, que lo que hace el profesor está determinado por lo que piensa y siente.

En este documento se presenta el análisis que se hizo de un maestro participante que impartió la clase de matemáticas en una secundaria al sur de la Ciudad de México. Para ello se realizaron observaciones en el aula y se grabaron las clases, se hicieron entrevistas antes de las observaciones y durante la exposición de los videos de su propia clase, mismos que fueron presentados al maestro. Para proteger el anonimato y confidencialidad del docente participante, su nombre fue cambiado en este documento. Para el análisis de las emociones expresadas se mostraron episodios de las clases a observadores, a quienes se les facilitó un instrumento para que posicionaran cambios en las reacciones del docente y se les entrevistó para indagar en la emoción identificada, si era el caso.

Como producto del análisis se presenta un modelo explicativo de la relación entre conocimientos, creencias y emociones en la toma de decisiones en la enseñanza de las matemáticas (Parra, 2010).

El maestro Omar tiene cerca de 30 años de experiencia como docente de matemáticas, de los cuales a su actual escuela había dedicado once. Realizó estudios de ingeniería en comunicaciones y electrónica, y ejerció como ingeniero civil durante 12 años. En cuanto a su actualización, el profesor reportó haber estudiado tres tipos de cursos: de desarrollo personal, varios relacionados con la enseñanza, y lecturas y talleres sobre la adolescencia –este último pareció ser de mayor importancia para él.

LO QUE EL MAESTRO PIENSA

Las decisiones de los docentes en el aula tienen un fuerte componente cognitivo y son producto de la experiencia adquirida, así como de las reflexiones realizadas a lo largo de los años. Todo ello forma parte del pensamiento docente y como constructo es difícil de abordar debido a todos los constructos relacionados con la cognición. De hecho el pensamiento docente se entiende como

un marco de referencia integrado por un cúmulo de teorías implícitas, representaciones, imágenes, suposiciones, nociones, ideas, intenciones, proyectos, supuestos, hipótesis, creencias, actitudes, intereses y valores susceptibles de influir en la elección de criterios para evaluar a los estudiantes y para tomar decisiones sobre qué, cuándo y cómo planear, actuar y evaluar los procesos de enseñanza y de aprendizaje (Coll y Miras, 1993, en Monroy, 2000, p 283).

Como puede apreciarse, el constructo pensamiento docente es integrador y contempla a otros constructos, los cuales en sí mismos pueden ser parte de diversos estudios. Para el presente estudio sólo se retoman las creencias y los conocimientos como una expresión más pequeña del raciocinio, pero que a su vez cuentan con identidad propia.

CREENCIAS Y CONOCIMIENTOS

Para Putnam y Borko (2000) toda experiencia del docente se filtra por sus estructuras cognitivas, de tal manera que las experiencias se interpretan a la luz de su conocimiento y sus creencias; éste, a su vez, constituye un determinante que caracteriza a la enseñanza impartida, así como el contenido y la forma del aprendizaje que promueve (Putnam y Borko 2000).

Se reconoce una fuerte relación entre creencias y conocimientos, pero su distinción resulta difícil porque no es tan sencillo establecer las fronteras entre unas y otros (Pajares, 1992); prueba de ello es que algunas personas consideran a sus creencias como conocimientos (Pepin, 1999), y para otras ciertos conocimientos pueden presentarse como creencias (Clark y Peterson, 1990). Sin embargo, las creencias son más influyentes que el conocimiento en cuanto a determinar la forma en que las personas se organizan, desarrollan tareas y, en general, realizan diversos procesos cognitivos, por tal razón son fuertes predictores del comportamiento (Ernest, 1989; en Pajares, 1992). En la tabla 1 se muestran las diferencias entre creencias y conocimientos que diversos autores han encontrado de manera general (Thompson, 1992; Pajares, 1992; Putnam y Borko, 2000; Kane, Sandretto y Heath, 2002; Guzmán, 2005).

Tabla 1. Diferencia entre creencias y conocimientos.

CREENCIAS	CONOCIMIENTOS
Son independientes de su validez y pueden justificarse sin necesidad de consenso, lo que permite que las creencias sean disputables e inflexibles. Pueden incluso desafiar a la lógica.	Satisfacen una condición de verdad, hay consensos para juzgar su validez, están abiertos a la evaluación y a la crítica.
Se basan en evaluaciones y juicios.	Se basan en hechos objetivos.
Son heredadas culturalmente o por tradición, pero no se cuestionan o no se intenta comprobarlas.	Comenzaron como creencias que luego fueron cuestionadas por medio del pensamiento reflexivo.
Sus componentes afectivos y evaluativos son más fuertes.	Son emocionalmente neutrales.
Son más influyentes que el conocimiento en determinar cómo los individuos organizan y definen tareas y problemas, y predicen mejor el comportamiento.	Representan los esfuerzos para dar sentido a la experiencia, lo cual influye en el pensamiento del maestro y su toma de decisiones.
Tabla de elaboración propia.	

CREENCIAS

En este documento se adoptó el término creencias no en un sentido peyorativo, como pudiera interpretarse en el lenguaje cotidiano, sino como producto de las experiencias de los profesores que pueden convertirse en conocimientos mediante un proceso reflexivo. Esta decisión resultó útil para distinguir el sistema de creencias del docente participante, pues a este constructo se le percibe como un término principal, delimitado y con su propia nomenclatura, diferenciada de otros constructos (Schomer, 2004).

En este sentido, se concibe a las creencias como los pensamientos que permiten a las personas comprender el mundo y son consideradas verdades (Richardson, 1996; en Hoffer y Pintrich, 1997); representan las experiencias de la gente (Schoenfeld, 1998) y, por tal razón, se conforman por elementos personales y culturales (Guzmán, 2005).

Las creencias estudiadas en maestros de matemáticas son básicamente las relacionadas con la naturaleza de la materia, en general, y los temas específicos corresponden a la naturaleza del proceso de aprendizaje y enseñanza (Schoenfeld, 1998); las creencias pueden categorizarse en dos conjuntos que

forman el núcleo de las teorías epistemológicas (Hofer y Pintrich, 1997) para relacionar el conocimiento con la forma en que se adquiere. El estudio de las creencias ha llevado a considerarlas dentro de un sistema (Thompson, 1992; Schomer, 1994, 2004) donde coexisten una serie de creencias que, en conjunto, brindan elementos suficientes para representar la realidad y actuar en consecuencia en un determinado contexto (Pajares, 1992).

CONOCIMIENTO

En el tema del conocimiento se reconocen diversas categorías: desde el conocimiento del contenido –que a su vez se conforma por el conocimiento del contenido de la materia–, el conocimiento pedagógico del contenido y el conocimiento curricular (Shulman, 1986), hasta el conocimiento de propósitos educativos institucionales (Shulman, 1987). Para fines prácticos, aquí sólo se retoma el conocimiento disciplinar de las matemáticas desarrollado en las clases analizadas, y en este caso comprendió el dominio de procedimientos matemáticos, pues se ha encontrado que algunos maestros de matemáticas –tanto novatos como expertos– carecen de un conocimiento profundo de la materia (Putnam y Borko, 2000).

Así como las creencias, los conocimientos guían las decisiones adoptadas por los maestros durante su instrucción; un ejemplo de ello es un estudio de Putnam y Borko (2000) en el que encontraron una relación casi nula entre el conocimiento de la materia que tienen los docentes y el logro de sus estudiantes; pero en su lugar identificaron que los docentes que mostraban mayor conocimiento de su asignatura impartían una enseñanza más propicia para el aprendizaje, pues contribuían al desarrollo de la comprensión de conceptos matemáticos, proponían problemas matemáticos y promovían la participación de todos los alumnos de la clase, mientras que los profesores con menos conocimientos se centraban en la enseñanza de hechos y procedimientos rutinarios. Maestros con estas últimas características no poseen tanta confianza en sus conocimientos y habilidades (Schulman, 1987).

En un estudio con profesores de ciencias básicas y matemáticas que impartían clase en ingeniería, Camarena (2004) encontró que ciertos “errores disciplinarios” (imprecisiones en el conocimiento de las matemáticas) tienen alta correlación con la formación de origen del docente; es decir, los matemáticos que impartían matemáticas presentaban un mínimo de errores

disciplinarios en comparación con aquellos profesores cuya formación no pertenecía a la materia que impartían.

Como puede observarse, existen docentes que enseñan matemáticas pero suelen tener un cierto grado de limitación en sus conocimientos matemáticos, los cuales sin duda generan deficiencias en el aprendizaje de la asignatura.

LO QUE SIENTE EL MAESTRO

En el ámbito educativo, el tema de las emociones ha sido quizá el menos investigado en comparación con los conocimientos y creencias, aunado a que la mayoría de estudios se han limitado a los alumnos. El estudio de las emociones se considera importante por cuanto regulan la relación de las personas con el mundo, y tienen diversos efectos sobre la iniciación, intensidad, y duración de determinadas conductas y acciones (Grizb, 2007); es decir, las emociones influyen sobre la percepción, el pensamiento y el comportamiento de las personas (Schmidt-Atzert, 1985).

A pesar de ser un tópico importante, el estudio de la emoción ha tenido ciertas dificultades de conceptualización, tipología y diagnóstico. La dificultad de su conceptualización ha llevado a utilizar algunos conceptos –como sentimiento y afecto– como equivalentes al término emoción (Schmidt- Atzert, 1985).

Las emociones son experiencias privadas e internas, pero tienen un aspecto externo en su manera de manifestarse en la conducta emocional: son sentimientos, sensaciones agradables o desagradables, actitudes sobre las cuales se formulan creencias de valor con el fin de interpretar situaciones (Calhoun y Solomon, 1989), y entre ellas se encuentran los afectos propios o los de otras personas (Gómez-Chacón, 2003). En el estudio de las emociones es posible encontrar diversos términos utilizados para designarla, entre ellos el estado de ánimo, los afectos, sentimientos y el humor. Sin embargo, los interesados en el estudio de las emociones han hecho distinciones en términos de su intensidad, de tal manera que el estado de ánimo, por ejemplo, se considera como un tendencia a sentirse de alguna manera –por ejemplo, sentirse bien o triste–, pero el estado de ánimo tiene mayor duración de la que podría tener una emoción, y por ello su intensidad suele ser leve (Calhoun y Solomón, 1989); por su parte, Grizb (2007) reconoce al humor con las mismas características que el estado de ánimo.

Dada la complejidad para reconocer a las emociones, se ha considerado acotarla a su expresión como conducta, a la cual se le conoce como respuesta afectiva o emocional (McLeod, 1992; Gómez-Chacón, 2002a, 2002b, 2003), o conductas intencionales (Calhoun y Solomon, 1989) que pueden explorarse desde los juicios valorativos al respecto de ellas (Hansberg, 1996). Un punto importante para el análisis de las emociones es la posibilidad de agruparlas en familias, en las que existen emociones principales y secundarias (Hansberg, 1996; Reeve, 2003). Por ejemplo, la ira es una emoción básica, pero también es una familia de emociones que incluye hostilidad, rabia, furia, coraje, irritación, resentimiento, envidia y frustración.

Si bien la recolección de datos es compleja en el estudio de las emociones, existen estudios con docentes que por medio de entrevistas y observaciones, han obtenido resultados al centrarse en las respuestas afectivas. Por ejemplo, en un estudio etnográfico realizado con maestros de matemáticas, Messina y Rodríguez (2006) realizaron una investigación en una secundaria para conocer las creencias y sentimientos de profesores respecto a alumnos con dificultades de aprendizaje. Las autoras reunieron una serie de sentimientos vinculados con las expectativas de los maestros, entre las que se encuentran la impotencia por no cumplir sus propias expectativas en el trato con alumnos; la molestia e incomodidad por el incumplimiento de los objetivos propuestos; o la frustración por la incapacidad de brindar apoyo a los alumnos, más preocupados por aprobar que por aprender.

Por su parte, Bibby (2002) realizó un estudio de la vergüenza con profesores de primaria, y mediante entrevistas exploró las historias personales en relación con las matemáticas, la experiencia de hacer matemáticas como adultos, y aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se utilizó también una serie de diez tarjetas que contenían problemas matemáticos y se les pidió que los ordenaran según la dificultad percibida, y se les solicitó resolver algunos ejercicios matemáticos delante de sus compañeros. Una de las principales reacciones que la autora encontró detrás de la vergüenza fue el miedo por la amenaza percibida. La forma en que los maestros hicieron frente a la vergüenza consistió en mantenerse alejados de la fuente de amenaza.

Finalmente, en una revisión teórica sobre la ansiedad matemática, Sirka-Liisa y Gillian (s/f) encontraron que la ansiedad matemática corresponde a un sentimiento de tensión y ansiedad; en cuanto tal se presenta como una respuesta que interfiere con las actividades matemáticas, que son

percibidas como una amenaza que se extiende al uso de las matemáticas en la vida cotidiana. Los autores encontraron que los sentimientos de ansiedad pueden llevar al pánico, la tensión, la impotencia, el miedo y la vergüenza, entre otros, además de provocar síntomas fisiológicos que pueden ir de la sudoración hasta la dificultad para respirar.

LAS EMOCIONES Y SU RELACIÓN CON LAS CREENCIAS Y LOS CONOCIMIENTOS

Como se ha expuesto, las creencias son de naturaleza cognitiva y se desarrollan en un periodo de tiempo relativamente largo, mientras las emociones involucran pocas valoraciones cognitivas y pueden aparecer o desaparecer muy rápido (McLeod, 1992). En este sentido, las emociones son experiencias privadas e internas, pero tienen un aspecto externo en su expresión en la conducta emocional (Calhoun y Solomon, 1989).

En principio es factible analizar las posibles relaciones entre los tres constructos. En primer lugar, a pesar de su naturaleza, las emociones y creencias comparten ciertas características cognitivas, de tal manera que las creencias son resultado de una emoción (Ernest, 1998; en Pajares, 1992). En segundo lugar, la relación más reconocida se establece entre conocimientos y creencias, mediante las cuales se interpretan las experiencias (Putnam y Borko, 2000); en tercer lugar, la relación entre conocimientos y emociones no es tan evidente, pues por un lado se reconoce que el conocimiento es emocionalmente neutral (Nespor, 1987; en Pajares, 1992) y, por el otro, la emoción opera, según el marco de referencia, de manera independiente al conocimiento (Nespor, 1987; en Pajares, 1992).

EL SISTEMA DE CREENCIAS DE UN MAESTRO DE MATEMÁTICAS

A partir de entrevistas respecto a las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje, entre otros temas, así como de observaciones en el salón de clases y de exposiciones de las clases grabadas del maestro, se realizó un ejercicio de categorización y se obtuvo el siguiente sistema de creencias, que se utiliza para explicar tanto la clase del maestro Omar como las decisiones tomadas. Ese sistema tiene cinco categorías y cada una de ellas está integrada por de sus respectivas creencias (tabla 2).

Tabla 2. Sistema de creencias del maestro Omar.

CATEGORÍA	CREENCIAS
Las matemáticas son una ciencia cuya utilidad es escolar.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Las matemáticas son una ciencia que permite resolver problemas escolares. 2. El conocimiento matemático es escalonado. 3. Las matemáticas aprendidas en secundaria encuentran su aplicación en el bachillerato. 4. Las matemáticas a veces no son aplicables a algunas carreras, pero proporcionan habilidad mental.
La enseñanza centrada en ejercicios matemáticos asegura la adquisición del conocimiento.	<ol style="list-style-type: none"> 5. La enseñanza por medio de ejercicios asegura la adquisición del conocimiento matemático. 6. La explicación de ejercicios permite el aprendizaje directo. 7. Las preguntas formuladas por el maestro atraen la atención de los alumnos y acentúan su conocimiento. 8. La enseñanza tiene por objetivo que los alumnos aprendan matemáticas, enfrenten bien el examen de admisión y sean eficientes en el bachillerato.
El maestro transmite el conocimiento.	<ol style="list-style-type: none"> 9. El maestro transmite los conocimientos por medio de explicaciones. 10. El maestro puede hacer una clase relajada o estricta. Si el tema se considera importante, entonces se requiere de silencio absoluto, casi militar.
El aprendizaje de las matemáticas consiste en la adquisición de bases firmes.	<ol style="list-style-type: none"> 11. Las matemáticas se aprenden de la ejercitación de los procedimientos. 12. La sola ejercitación (mecanización) no permite interpretar ni resolver problemas o ecuaciones. 13. El aprendizaje requiere de hacer operaciones mentales (habilidad mental) para que no sea solamente mecanizado. 14. Las bases firmes evitan tener problemas en matemáticas.
Los alumnos son dependientes, pero deben estar tranquilos.	<ol style="list-style-type: none"> 15. Los alumnos son dependientes e inseguros. 16. Para que aprendan, los alumnos deben estar tranquilos y atentos a las explicaciones del maestro. 17. Los alumnos rechazan los problemas porque no han sido educados para resolverlos.
Tabla de elaboración propia	

La identificación del sistema de creencias permite, por un lado, explicar de manera general la razón por la que desarrolla la rutina de modo determinado y, por otro lado, dilucidar la razón por la que toma determinadas decisiones durante el desarrollo de sus clases en el aula. De manera general, la rutina

desarrollada por el maestro se presenta en la tabla 3, donde la determinación de las etapas tuvieron como criterio el cambio de actividad durante la enseñanza (Schoenfeld, 1998).

Tabla 3. Etapas y rutinas de una clase de matemáticas del maestro Omar.

ETAPAS	RUTINAS
1. Actividades introductorias	El maestro realizó una serie de actividades en un tiempo breve. Entre éstas se encontraron el saludo a los alumnos, el nombre del tema, la exposición de los objetivos de la clase y la preparación de los ejercicios para la sesión. La etapa terminó cuando el maestro pidió la atención de todos y se dispuso a resolver el primer ejercicio en el pizarrón.
2. Explicación de ejercicios	Durante esta fase el maestro propuso, resolvió y explicó los ejercicios en el pizarrón llevando a cabo el siguiente ciclo: el profesor propuso uno o más ejercicios; algunas veces hizo una descripción del ejercicio, realizó el proceso de solución en voz alta, interrumpiéndose para hacer preguntas si requería respuestas de los alumnos. Al final hizo cuestionamientos para saber si los alumnos se habían quedado con dudas, para continuar de nuevo con el ciclo. Éste tuvo una variante en la clase dos, cuando el maestro permitió a un alumno que intentara resolver un ejercicio que finalmente fue terminado por el profesor.
3. Trabajo de los alumnos	Durante esta etapa el maestro propuso ejercicios para ser resueltos por los alumnos, algunos de ellos pasaron a resolverlos en el pizarrón, la mayoría trabajó de manera individual y algunos se explicaron entre sí. Mientras tanto, el maestro supervisó el trabajo de los alumnos e interactuó con ellos. Finalmente permaneció de pie revisando los ejercicios de los alumnos que se acercaron a él. A lo largo de esta etapa, algunos alumnos dejaron de trabajar y comenzaron a platicar con sus compañeros, e incluso se dirigieron a otros lugares.
4. Fin de clase	El maestro se despide de los alumnos.
Tabla de elaboración propia.	

El maestro enseña por medio de ejercicios porque así asegura que los alumnos aprendan matemáticas (creencia 5). El maestro transmite el conocimiento (creencia 9) y sus explicaciones son necesarias porque permiten el aprendizaje directo de los alumnos (creencia 6). Las explicaciones fueron

acompañadas de preguntas, las cuales permiten ganar la atención de los alumnos y acentuar su conocimiento (creencia 7).

El maestro propuso ejercicios, porque los alumnos prefieren éstos a los problemas (creencia 18), para que sus estudiantes los resolvieran en su cuaderno y en el pizarrón, pues así practican los procedimientos (creencia 11).

RELACIÓN ENTRE CONOCIMIENTOS, CREENCIAS Y EMOCIONES EN LA TOMA DE DECISIONES

Un aspecto importante para comprender la relación entre conocimientos, creencias y emociones es sin duda las expectativas del docente; sin embargo, las creencias marcan la pauta de las expectativas. Las creencias poseen de manera implícita las condiciones idóneas de las expectativas que tiene un maestro con respecto a cómo se debe desarrollar una clase; en consecuencia, si las condiciones son las esperadas, entonces sus decisiones estarán encaminadas a preservarlas hasta que decida cambiar de circunstancias. En contraste, si las condiciones no son las esperadas, entonces el maestro tomará las decisiones que considere pertinentes para modificar la situación hasta implantar las condiciones esperadas. Sin embargo, no todas las condiciones esperadas tienen el mismo estatus de prevalencia en las situaciones: algunas veces se presentan de forma general y otras de manera particular.

Las decisiones se toman para alcanzar ciertas metas, sean preestablecidas o emergentes. Las metas preestablecidas son generales y su objetivo es muy amplio, y pueden estar presentes a lo largo de todo el ciclo escolar o sólo durante las sesiones donde se enseña determinado tema; no obstante, existen otras metas no planeadas que tienen relevancia durante el desarrollo de la clase: son de índole particular y aparecen por lo general cuando el desarrollo de la clase se ve interrumpido o cuando un meta ha sido alcanzada. Las metas emergentes pretenden ser alcanzadas en un momento específico de la clase y pueden escapar de la planeación previa a la sesión, pero se alcanzan por medio de las rutinas de la enseñanza.

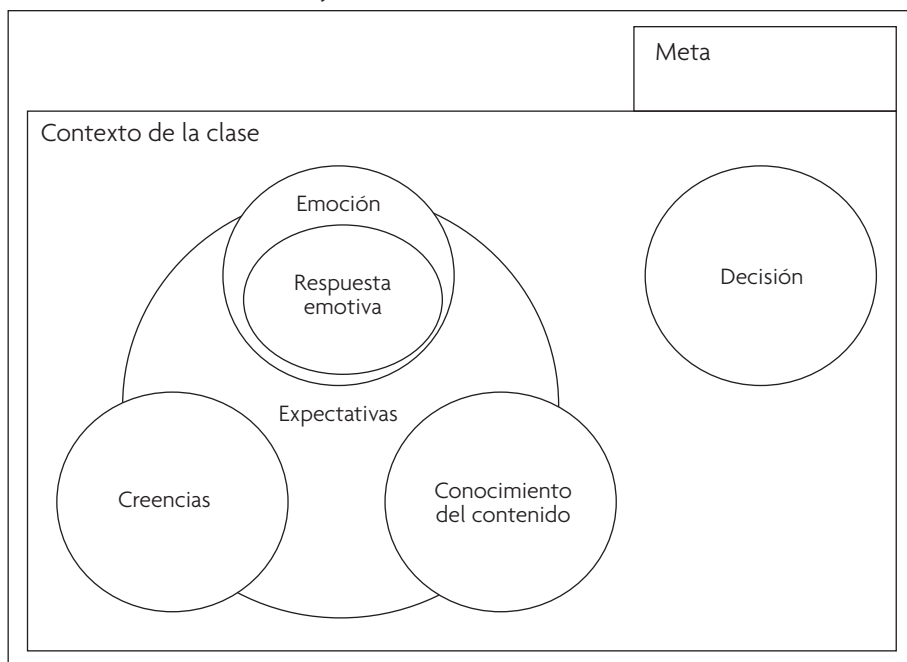
Las creencias poseen de manera implícita las condiciones en que ellas mismas operan y pueden ser expuestas de una manera general o particular. Una condición general se encuentra, por ejemplo, en la creencia 1 (Las matemáticas son una ciencia que permite resolver problemas escolares), la cual opera a lo largo de todas las clases.

Otras creencias son expuestas con condiciones particulares; por ejemplo, la creencia 16 (Para que aprendan, los alumnos deben estar tranquilos y atentos a las explicaciones del maestro) posee de manera implícita las condiciones esperadas: la tranquilidad o atención de los alumnos durante la explicación del maestro. Pero esta creencia deja de operar si carece de la condición que la dinamiza. Es decir, si el maestro no está explicando puede ser más tolerante al ruido que pudieran hacer los alumnos; por el contrario, si el maestro está explicando un procedimiento y los alumnos están intranquilos, entonces tomará decisiones para restablecer las condiciones necesarias para que los alumnos aprendan: el silencio casi militar (creencia 10).

Por su parte, las emociones se encuentran vinculadas con objetos, personas o situaciones y pueden ser expresadas mediante respuestas emotivas. En este caso, si la condición de una creencia o sistema de creencias no se cumplen, no solamente se dinamizan otras creencias del sistema que provocan la toma de decisiones para volver a una condición esperada, sino también se puede producir una emoción que cambiará cuando la condición sea la esperada por el maestro. De esta manera, las expectativas de los maestros es el área donde converge la relación entre creencias, conocimientos y emociones. En la figura 1 se muestra el modelo explicativo.

Los profesores tienen ciertas metas que pretenden alcanzar durante la enseñanza y sus decisiones se toman con base en el cumplimiento o incumplimiento de las metas. Si la clase se desarrolla conforme a sus expectativas, entonces las creencias y los conocimientos se encontrarán en equilibrio y las emociones pueden aparecer como neutrales por ser “leves” y el maestro puede decidir que la clase continúe igual, al menos hasta que se considere cambiar la dinámica porque la meta ya fue alcanzada. En contraste, si una situación no posee las condiciones esperadas por el maestro, se establece una meta emergente y puede suscitarse una emoción “fuerte” como el enojo, y entonces la decisión se encaminará a volver a la condición esperada. En este sentido, en el modelo las emociones aparecen en un círculo mayor que contiene las respuestas emotivas. Las emociones pueden ser difíciles de identificar o de nombrar, sin embargo su manifestación puede observarse o inferirse de la respuesta emotiva que tiene lugar como un cambio de comportamiento del maestro. El cambio de meta para restablecer las condiciones esperadas puede traer consigo un reajuste en las creencias que hasta el momento habían estado operando, y puede suceder que las emociones de los maestros sean evidentes en función de si sus expectativas se ven cumplidas o no.

Figura 1. Elementos del modelo explicativo de la relación entre conocimientos, creencias y emociones.



Pero aun cuando se ha mencionado que se parte de la idea de que, en general, las creencias, conocimientos y emociones se encuentran relacionadas por medio de las expectativas del maestro, no todos los constructos se encuentran vinculados en un mismo nivel de importancia; es decir, esta relación no abarca a los tres constructos en una sola relación evidente de dinamización e importancia, sino que dos constructos aparecen fuertemente vinculados y el tercero puede estar ausente, o bien su operatividad puede estar disminuida.

Así se presentan relaciones diádicas fuertes en la relación creencias-conocimientos y creencias-emoción, donde las emociones –en el primer caso– y los conocimientos –en el segundo– pueden estar presentes pero en un segundo plano, disminuidas. Pero aún hace falta una díada, la compuesta por conocimientos-emociones y donde las creencias ocuparían un segundo plano; sin embargo tal situación no se encontró en esta experiencia ni en la revisión teórica, debido tal vez a que las creencias desempeñan en todo momento un papel protagónico en las decisiones de los maestros.

A continuación se presentan algunos episodios de clase de los maestros, con el fin de explicarlos a través del modelo presentado anteriormente.

Tabla 4. Episodio 1.

Descripción: el maestro explica el procedimiento de la multiplicación de fracciones y formula preguntas matemáticas cuando requiere un resultado.
<p><i>Maestro:</i> Bueno, hagamos este ejercicio. Si ustedes se dan cuenta, la novedad aquí es que tenemos fracciones y decimales. Hay dos formas de resolver esto: o pasamos las fracciones a decimales, o decimales a fracciones. Bueno, vamos a pasar los decimales a fracciones. Decimos $\frac{1}{2}$ lo pasamos igual ¿como se lee éste en decimales? [Señala 0.2]</p> <p><i>Alumnos:</i> Dos décimos.</p> <p><i>M:</i> Dos décimos, lo pasamos a fracciones, ¿cómo se escribe dos décimos en fracciones?</p> <p><i>A:</i> Dos sobre diez.</p> <p><i>M:</i> Menos dos décimos por... cuando no existe un signo entre dos paréntesis ello indica multiplicación. Si tenemos $\frac{1}{4}$ menos $\frac{9}{10}$ ya están en fracciones los dos. Hagamos la operación de cada uno de los paréntesis.</p>
Tabla de elaboración propia.

En el episodio 1 (tabla 4) se muestran las condiciones esperadas por el maestro, las cuales se encuentran implícitas en las creencias dinamizadas en ese momento: el silencio y atención de los alumnos durante la explicación del maestro. La meta es explicar el proceso de solución del ejercicio con la participación de los alumnos. En este caso las expectativas del maestro se ven cumplidas y la relación predominante entre sus conocimientos y sus creencias colocan al sistema en equilibrio, por tal razón se esperaría que la clase continúe con la dinámica normal, donde se podría suponer que la emoción es neutral o la respuesta emotiva es “leve”, por ello aparece con líneas punteadas en la figura 2.

Sin embargo, las condiciones pueden cambiar y con ello la dinámica de la clase, lo cual genera un reacomodo en las creencias, conocimientos y emociones como se muestra en el episodio 2 (tabla 5).

En el episodio 2 el maestro espera que la mayoría de los alumnos contesten sus preguntas, pero la expectativa no se cumple; es decir, una de las condiciones esperadas no se cumple: la atención y silencio de los alumnos durante la explicación del maestro son provocadas por la generación de una

Figura 2. Relación fuertemente diádica entre creencias y conocimientos.

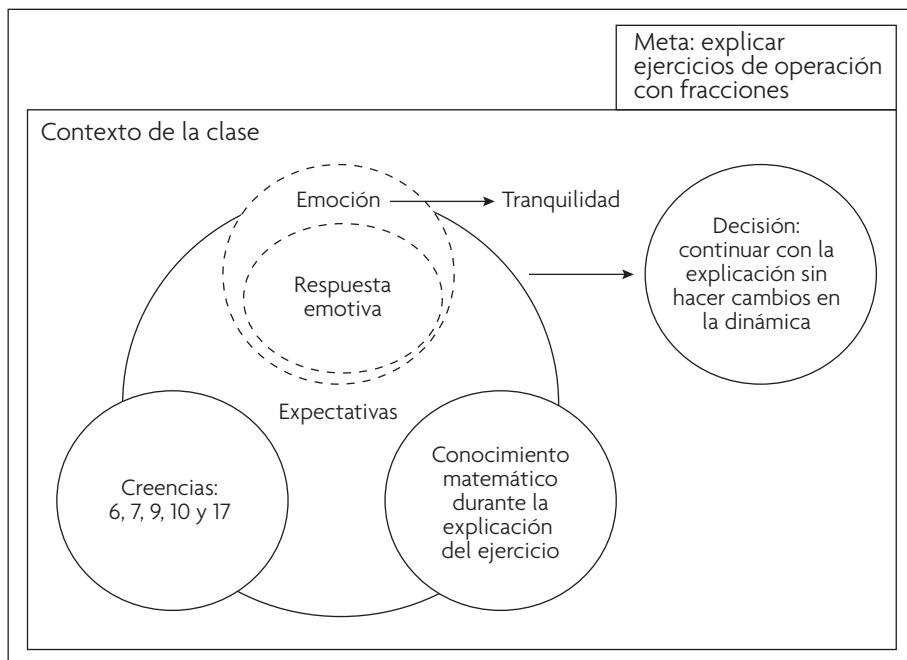


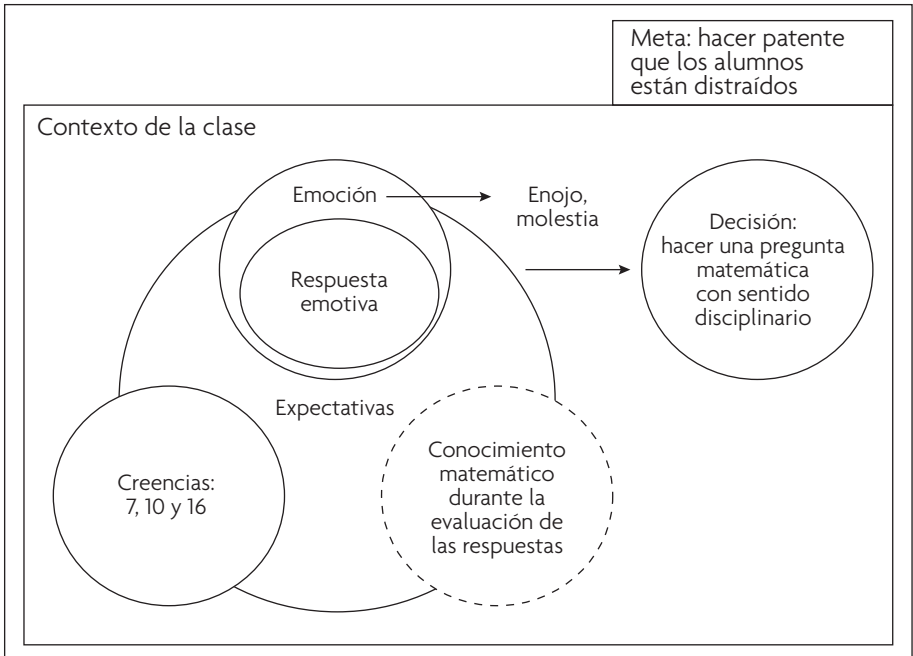
Tabla 5. Episodio 2.

<p>Descripción: El maestro formula una pregunta con sentido disciplinario a un alumno y la respuesta es incorrecta.</p>
<p>M: ¿Común denominador del dos y del diez? ¿Cuál es el común denominador? A: [La respuesta es dicha por pocos alumnos a coro] Diez. M: Diez.</p>
<p>[El maestro se detiene y buscando a alguien entre el grupo, le formula una pregunta]</p>
<p>M: Sara, ¿Por qué el diez? Sara: No lo sé Alumno 1: Yo. M: ¿Por qué el diez? S: ¿Porque es número primo? M: Si te pones de pie te lo agradezco. S: ¿Porque es número primo? M: No. Para empezar, no es número primo y no es la razón, siéntate, gracias.</p>
<p>Tabla de elaboración propia.</p>

meta emergente, situación que modifica un poco la dinámica de la clase. Cuando la expectativa no se ve cumplida genera una emoción de enojo o molestia, la cual surge como respuesta emotiva en la decisión de personalizar la pregunta y darle un sentido disciplinario. De esta manera, las creencias, emociones y conocimientos experimentan un reacomodo (figura 3) donde los conocimientos pasaron a segundo plano (por ello se representan con líneas punteadas), lo cual no significa que estén ausentes porque se manifestaron en la valoración de la respuesta de la alumna; sin embargo, la relación fuertemente diádica se estableció entre las emociones y creencias, donde las creencias 7, 10 y 16 cobraron mayor importancia.

El docente no reconoció emoción alguna y por ello se utilizó la opinión de siete observadores, a quienes se les expuso el fragmento en cuestión. La emoción de enojo fue reconocida por seis de los siete observadores, donde cinco de ellos coincidieron en que el maestro muestra cierta molestia o enojo: “en el rostro (...) refleja poco gusto por la clase” (observador 1), “le molesta la respuesta de la alumna” (observador 2), “estaba enojado (...) lo siento un

Figura 3. Relación fuertemente diádica entre creencias y emociones.



tanto agresivo con el alumno” (observador 4), “cuando una respuesta no es la que tú esperas (...) te enojas, como parece que ocurrió aquí, me parece que su reacción fue más hacia una molestia, porque la respuesta no era la adecuada” (observador 5), “creo que su estado emotivo no es, no debe ser muy bueno” (observador 6). El observador 7 también distinguió una respuesta emotiva, pero su argumento se relacionó con la inconsistencia existente entre el “gracias” que mencionó el maestro y su “lenguaje”.

Una característica de las emociones es su breve duración y su intensidad variable; aunque no se tiene suficiente evidencia para aclarar la duración de la emoción ni el nivel de intensidad, sí es posible observar su emergencia cuando el maestro percibe un cambio en las condiciones esperadas y por ello toma ciertas decisiones para alcanzar la meta emergente (hacer patente la desatención de los alumnos). Sin embargo, era necesario llegar al equilibrio anterior, a la situación normal esperada (atención de los alumnos a la explicación del maestro y contestar correctamente y a coro las preguntas formuladas) y para ello era menester hacer algunos ajustes previos, pues la pregunta no había sido contestada correctamente, de ahí la necesidad de que la pregunta matemática dejara de tener un sentido disciplinario y adoptara un propósito matemático, además tenía que ser contestada correctamente, por tal razón el maestro plantea la pregunta a una alumna y ésta ofrece la respuesta correcta (tabla 6).

Tabla 6. Episodio 3.

Descripción: una alumna contesta correctamente a la pregunta del maestro.
[Una alumna levanta la mano para contestar la pregunta y el maestro le concede la palabra]
M: Sí, Carolina. Carolina: [La alumna se pone de pie] porque es divisible entre el 2 y el 10. M: Porque es divisible entre 2 y entre 10, o sea, es el mínimo común múltiplo de 2 y 10.
Tabla de elaboración propia.

En este episodio el maestro Omar reconoció una respuesta emotiva de gusto (Me da gusto cuando los alumnos contestan bien). El conocimiento sigue en segundo plano, pero está presente en la valoración que el maestro

hace de la respuesta de la alumna. Después de este episodio la clase continuó con la dinámica esperada, y se estableció una relación de equilibrio entre creencias y conocimientos con las emociones en segundo plano.

Las expectativas contenidas en las creencias, como ya se dijo, tienen una condición en que deben cumplirse, pero en otros momentos –cuando el maestro considera que la meta ya fue alcanzada y decide cambiar la dinámica de la clase– modifica también las condiciones y tiene lugar el reajuste en las creencias. Por ejemplo, una vez que el docente terminó de explicar algunos ejercicios propuso otros para ser resueltos por los alumnos, quienes consultaban sus dudas ya sea con el maestro o con otros compañeros. La meta planteada por el maestro fue que los alumnos ejercitaran el procedimiento explicado. En ese punto el ruido en el aula fue mayor.

Para entonces las expectativas del maestro se cumplieron y el ruido fue tolerable porque su explicación ya no era necesaria y, por tanto, el silencio y atención de los alumnos dejaron de ser parte de las condiciones esperadas. Debido al cumplimiento de las expectativas la emoción reconocida es de gusto (agrado), no por el trabajo de los alumnos en sí, sino por el acercamiento del maestro con los alumnos. En este caso la relación fuertemente diádica se establece entre creencias y conocimientos mientras atiende las dudas en el lugar de cada alumno. Por momentos el maestro platica de otros temas con los alumnos, y la relación más fuerte se presenta entre creencias y emoción.

En este episodio el maestro reconoció una respuesta emotiva óptima y la nombró como gusto por la cercanía que tiene con los alumnos.

CONCLUSIONES

El modelo utilizado para explicar la relación entre creencias, conocimientos y emociones y su manifestación en la toma de decisiones, distingue relaciones fuertes de tipo diádico entre dos constructos y concibe al tercero como presente en segundo término, minimizado. Las relaciones fuertemente diádicas se establecen entre conocimientos y creencias, y entre emociones y creencias, mientras el tercero se encuentra disminuido, de manera que en una relación fuertemente diádica entre creencias y conocimientos no puede asegurarse que la emoción esté fuera del evento, sino que su presencia es de intensidad “leve”, como la tranquilidad. Esta relación se considera equilibrada, debido a que las condiciones esperadas por el maestro están dadas.

Por el contrario, una relación fuertemente diádica entre creencias y emociones está en desequilibrio cuando las condiciones esperadas por el maestro no están dadas y los conocimientos pueden hacerse patentes, aunque en segundo plano.

En conclusión, las expectativas de los maestros son el área que articula a las creencias, conocimientos y emociones en una situación específica durante la enseñanza de las matemáticas, donde su cumplimiento o incumplimiento generan cambios en la relación entre tales constructos y las decisiones se encaminan primero a hacer frente a una situación desequilibrante, para después buscar una situación donde las condiciones sean las esperadas. En las dos relaciones fuertemente diádicas las creencias adquieren una propiedad de omnipresencia, pues se encuentran presentes y en ningún caso aparecen disminuidas o en segundo plano; esto es, la relación fuertemente didáctica entre emociones y conocimientos no se manifestó.

REFERENCIAS

- Bibby, T. (2002). "Shame: An Emotional Response to Doing Mathematics as an Adult and a Teacher". *British Educational Research Journal*, 28(5) 705-721.
- Calhoun, C., y Solomon, R. (1989). *¿Qué es una emoción? Lecturas clásicas de psicología filosófica*. México, Fondo de Cultura Económica.
- Camarena, P. (2004). "La formación de los profesores de ciencias básicas en el nivel superior". *Científica*, 8(1), 35-44.
- Clark, Ch. y Peterson, P. (1990). Procesos de pensamiento de los docentes. En M. C. Wittrock (comp.). *La investigación de la enseñanza 3, profesores y alumnos* (pp. 443-539). Barcelona, Paidós.
- Coll, C. (1999). La concepción constructivista como instrumento para el análisis de las prácticas educativas escolares. En: C. Coll (Coord). *Psicología de la instrucción: la enseñanza y el aprendizaje en la educación secundaria* (pp. 15-44). Barcelona, ICE/Horsori.
- Gómez-Chacón, I. (2003) "La tarea intelectual en matemáticas: afecto, meta-afecto, y los sistemas de creencias". *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225-247.
- Gómez-Chacón, I. (2002a). Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo (ed.) *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las matemáticas* (pp. 197-227). Huelva, Universidad de Huelva.

- Gómez-Chacón, I. (2002b). Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas. Una perspectiva para el profesor. En L. C. Contreras y L. J. Blanco, *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente* (pp. 23-58). Cáceres, Universidad de Extremadura.
- Grizb, G. (2007). *Bases cognitivas y conductuales de la motivación y emoción*. Madrid, Centro de Estudios Ramón Areces.
- Hansberg, O. (1996) *La diversidad de las emociones*. México, Fondo de Cultura Económica.
- Hofer, B., y Pintrich, P. (1997) "The Development of Epistemological Theories: Beliefs About Knowledge and Knowing and Their Relation to Learning". *Review of Educational Research*, 67(1), 88-140.
- Kane, R., Sandretto, S., y Heath, Ch. (2002). "Telling Half the Story: A Critical Review of Research on the Teaching Beliefs and Practices of University Academics". *Review of Educational Research*, 72(2), 177-228.
- McLeod, D. (1992). Research on Affect in Mathematics Education: A Reconceptualization. En D. A. Grows (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (575-596). Nueva York, Macmillan.
- Messina, C., y Rodríguez, A. (2006), "Sentimientos, sistema de creencias y comportamiento didáctico: un estudio etnográfico." *Revista de Educación*, 339, 493-516.
- Pajares, M. (1992). "Teacher's Beliefs and Educational Research: Cleaning up a Messy Construct". *Review of Educational Research*, 62, 307-332.
- Parra, A. (2010). *Relación entre creencias, conocimientos y emociones durante la toma de decisiones en la enseñanza de las matemáticas en secundaria*. Tesis doctoral. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Pepin, B. (1999). "Epistemologies, Beliefs, and Conceptions of Mathematics Teaching and Learning: The Theory, and What is Manifested in Mathematics Teacher's Work in England, France and Germany". *TNTEE publications*, 2,(1), 17-146.
- Putnam, R., y Borko, H. (2000). El aprendizaje del profesor: implicaciones de las nuevas perspectivas de la cognición. En J. Bruce, T.G. Biddle, F. Ivor. *La enseñanza y los profesores 1* (219-309). Barcelona, Paidós.
- Putnam, R. (1992). "Teaching the 'Hows' of Mathematics for Everyday Life: A Case Study of a Fifth Grade Teacher". *Elementary School Journal*, 93(2), 163-177.
- Reeve, J. (2003). *Motivación y emoción*. México, McGraw Hill (3a. ed.).
- Schmidt-Atzert, L. (1985). *Psicología de las emociones*. Barcelona, Herder.
- Schoenfeld, A. (1988). "When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of 'Well-Taught' Mathematics Courses". *Educational Psychologist*. 23(2), 145-166.

- Schoenfeld, A. (1998). "Toward a Theory of Teaching-in-Context". Disponible en: <http://www-gse.berkeley.edu/faculty/aschoenfeld/TeachInContext/teaching-in-context.html>
- Schomer, M. (1994). "Synthesizing Epistemological Belief Research: Tentative Understanding and Provocative Confusions". *Educational Psychology Review*, 6(4) 293-319.
- Schommer-Aikins, M. (2004). "Explaining the Epistemological Belief System: Introducing the Embedded Systematic Model and Coordinated Research Approach". *Educational Psychologist* 39(1), 19-29.
- Shulman, L. (1986). "Those who Understand: Knowledge Growth in Teaching". En *Educational Researcher*, 17(1), 4-14.
- Shulman, L. (1987). "Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform". *Harvard Educational Review* 57(1).
- Sirkka-Liisa M., y Gillian, K. (s.f). "Challenging Maths-Anxiety: An Intervention Model". Disponible en: <http://www.icme-organisers.dk/tsg24/Documents/UusimakiKidman.doc>
- Thompson, A. (1992). "Teacher's Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research". En D. A. Grows (ED). *Handbook of Research of Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 127-147). Nueva York, Macmillan.